ANGEL FRANCISCO ARVELO LUJAN

Angel Francisco Arvelo Luján es un Profesor Universitario Venezolano en el área de Probabilidad y Estadística, con más de 40 años de experiencia en las más reconocidas universidades del área metropolitana de Caracas.
Universidad Católica "Andrés Bello": Profesor Titular Jubilado 1970 a 2003
Universidad Central de Venezuela: Profesor por Concurso de Oposición desde 1993 al presente
Universidad Simón Bolívar: Profesor desde 2005 al presente
Universidad Metropolitana: Profesor desde 1973 a 1987
Universidad Nacional Abierta: Revisor de contenidos, desde 1979 hasta 2004

Sus datos personales son :
Lugar y Fecha de Nacimiento: Caracas, 16-02-1947
Correo electrónico: angelf.arvelo@gmail.com
Teléfono: 58 416 6357636

Estudios realizados:
Ingeniero Industrial. UCAB Caracas 1968
Máster en Estadística Matemática CIENES, Universidad de Chile 1972
Cursos de Especialización en Estadística No Paramétrica Universidad de Michigan 1982
Doctorado en Gestión Tecnológica: Universidad Politécnica de Madrid 2006 al Presente

El Profesor Arvelo fue Director de la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad Católica "Andrés Bello" (1974-1979) , Coordinador de los Laboratorios de esa misma Universidad especializados en ensayos de Calidad, Auditor de Calidad, y autor del libro "Capacidad de Procesos Industriales" UCAB 1998.

En numerosas oportunidades, el Profesor Arvelo ha dictado cursos empresariales en el área de "Estadística General" y "Control Estadístico de Procesos".

Otras publicaciones del Prof. Arvelo pueden ser bajadas de su página web: www.arvelo.com.ve , en la sección PDFS.

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADÉMICO
ÁREA : INGENIERIA CARRERA: INGENIERIA INDUSTRIAL

PROBLEMAS DE ECONOMIA PARA INGENIEROS

CURSO: ESTUDIOS PROFESIONALES IV

COD: 07

ASIGNATURA: ECONOMIA PARA INGENIEROS **(222)**

CARRERAS: INGENIERIA INDUSTRIAL COD 280 A

INGENIERIA DE SISTEMAS COD 236 A

CREDITOS: 4

AUTOR: ANGEL FRANCISCO ARVELO

INTRODUCCION

La asignatura “Economía para Ingenieros” (222) , esta ubicada dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Industrial al nivel del 5° Período (Estudios Profesionales IV), y su correspondiente plan de curso esta adaptado al texto “Ingeniería Económica” 5ª edición, de los autores Anthony Tarquin y Leland Blank, de la Editorial Mac Graw Hill.
La colección de problemas y ejercicios que se encuentra en esta obra, persigue como objetivo, proporcionarle al estudiante una serie de ilustraciones prácticas que complementan el proceso de aprendizaje de la asignatura.
La gran mayoría de estos problemas y ejercicios, han sido ya utilizados en la elaboración de pruebas parciales e integrales a lo largo de los últimos 20 años, y aquí aparecen clasificados según los nueve objetivos que integran el plan de curso vigente.
El alumno debe resolver estos ejercicios después de haberse estudiado los fundamentos teóricos que comprende cada objetivo, y que aparecen muy bien detallados en el plan de curso.
La totalidad de los problemas y ejercicios contienen su solución. Por ello es conveniente que el alumno trate previamente de resolverlos, y consultar luego su solución, a objeto de verificar el procedimiento utilizado para resolverlos.
Sólo se presenta un camino para resolver estos ejercicios, pero es importante advertir al estudiante que en muchos casos, existen múltiples procedimientos para llegar a la respuesta, la cual debe ser única, siempre que el procedimiento utilizado esté correcto.
Para resolver estos ejercicios, el alumno debe tener las tablas financieras que aparecen en el Apéndice del libro de texto, páginas 756 a 784, o en su defecto, contar con una calculadora financiera, que le permita realizar con exactitud los cálculos requeridos.
La evaluación de la asignatura se realiza mediante dos pruebas integrales de desarrollo que comprenden problemas y ejercicios similares a los que aquí se presentan para los objetivos 1 al 8.
El objetivo 9 se evalúa mediante un trabajo práctico, donde el alumno deberá investigar el procedimiento exigido por la legislación tributaria venezolana para calcular el impuesto generado por una inversión.
Se incluyen dos ejemplos resueltos que guardan relación con este Objetivo N^{o} 9, pero es importante que el alumno sepa que las leyes tributarias y el valor de la Unidad Tributaria sufren modificaciones a lo largo del tiempo, y que por lo tanto, él deberá investigar para cada caso, el valor de la Unidad Tributaria y la ley vigente del Impuesto sobre la Renta.

Sinceramente espero que este esfuerzo contribuya a facilitar el estudio y aprendizaje de la asignatura.”Economía para Ingenieros”, la cual considero, de vital importancia en la formación de un ingeniero en cualquier especialidad.

EL AUTOR

MOMENTOS DE EVALUACIÓN

Prueba	Objetivos
1ra. Integral (Desarrollo)	1 al 8
2da. Integral (Desarrollo)	1 al 8

OBSERVACIONES

- El alumno podrá utilizar durante la realización de las pruebas, las tablas financieras y formularios disponibles cada Centro Local.
- Se permite el uso de calculadora financiera para el cálculo de la tasa interna de retorno, y otros cálculos financieros.
- El alumno debe señalar en la prueba las ecuaciones necesarias, y luego podrá resolverlas con la ayuda de la calculadora.
- No se considera el objetivo como logrado en caso de que el alumno no indique claramente el procedimiento a seguir.

El curso y el Plan de Evaluación están adaptados al siguiente texto:

Ingeniería Económica (5ª Edición)
Leland Blank y Anthony Tarquin,
Editorial Mc Graw Hill. México 2003

Es indispensable que el estudiante que consulte el Plan de Curso correspondiente a la asignatura “Economía para Ingenieros” (222)

UNIDAD N° 1: Terminología y uso de factores financieros

SINOPSIS DE CONTENIDO: Definición y tipos de interés. Equivalencia. Diagramas de flujo de caja. Cálculos a interés simple y a interés compuesto. Valor Presente. Valor Futuro. Serie Anual uniforme equivalente. Fórmulas de pago único. Fórmulas para pagos uniformes. Uso de los factores financieros. Tablas

OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular los diferentes elementos financieros (Valor presente, Valor futuros, Serie Anual Uniforme Equivalente, Tasa de interés), mediante el uso de las tablas financieras a interés simple o compuesto Financieras. Interpolación en las Tablas Financieras

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

1.1 Si Ud. deposita al final de cada mes, Bs. 50.000 en una cuenta de ahorros que ofrece el 18% de interés anual con capitalización mensual. ¿Cuál será el monto que tendrá acumulado al cabo de 36 meses?.

Solución: $i = \frac{18\%}{12} = 1{,}50\%$ mensual.

El valor futuro de esta mensualidad es de:

$F = A\,(F|A, 1{,}50\%, 36) = 50.000\,(47{,}2760) =$ **2.363.800,00**

1.2 Ud. recibe hoy un préstamo por Bs. 10.000.000 al 36 % de interés anual con capitalización mensual. Al final del 6° mes, Ud. amortiza Bs. 4.000.000.
Calcule el saldo de su deuda al final del 12° mes.

Solución: $i = \frac{36\ \%}{12} = 3\ \%$ mensual

Saldo $= 10.000.000\,(F|P, 3\%, 12) - 4.000.000(F|P, 3\ \%, 6)$
$= 10.000.000\,(1{,}4258) - 4.000.000\,(1{,}1941) =$ **9.481.600,00**

1.3 Ud. deposita en una cuenta Bs. 1.000.000 hoy, y luego Bs. 100.000 mensuales durante 24 meses, comenzando dentro de un mes.
Calcule el monto que tendrá acumulado en dicha cuenta al cabo de estos 24 meses, si ésta paga un interés nominal del 12% anual, con capitalización mensual.

Solución: $i = \frac{12}{12} = 1\ \%$ mensual . $n = 24$

El valor futuro de estos depósitos. es de:

$F = P\,(F|P, 1\%, 24) + A\,(F|A, 1\%, 24) =$
$1.000.000\,(1{,}2697) + 100.000\,(26{,}9735) =$ **3.967.050,00**

1.4 Ud. deposita hoy, Bs. 10.000.000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés compuesto del 20% anual capitalizados al final del año.
Ud. desea hacer retiros anuales de igual monto, durante cinco años, comenzando al final del año 6.
Calcule el monto de estos retiros, si Ud. desea tener al final del año 10, un saldo de Bs. 10.000.000 en dicha cuenta.

Solución: Si no hubiera retiros, al final del año 10, el saldo de la cuenta sería:
Saldo = 10.000.000 (F | P, 20%, 10) = 10.000.000 (6,1917) = 61.917.000
Como Ud. desea que el saldo de la cuenta al final del año 10 sea de
Bs. 10.000.000, el valor futuro de los retiros deberá ser de:
61.917.000 - 10.000.000 = 51.917.000
Se producen cinco retiros por igual monto, en los años 6,7,8,9 y 10 ; por lo tanto:
Retiro = F (A | F, 20%, 5) = 51.917.000 (0,13438) = **6.976.606,46**

1.5 ¿Qué pago único dentro de 12 años será equivalente a un pago de Bs. 6.200 dentro de 5 años, a una tasa de interés compuesto del 13% anual? .
Solución: El valor presente de este pago único es de:
P = F (P | F, 13%, 5) = 6.200 (0,5428) = 3.365,36
Su equivalente dentro de 12 años:
F = 3.365,36 (F | P, 13%, 12) = 3.365,36 (4,3345) = **14.587,15**

1.6 Ud. deposita hoy, Bs. 1.000.000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés compuesto del 30% anual capitalizados al final del año, y luego retira al final de cada año Bs. 200.000 durante cinco años.
Calcule el saldo de la cuenta al final de estos cinco años.
Solución: Saldo = 1.000.000 (F | P, 30%, 5) – 200.000(F | A, 30%, 5)
= 1.000.000 (3,7129) – 200.000(9,043)= **1.904.300,00**

1.7 Ud. deposita en una cuenta Bs. 2.000.000 hoy, y luego retira Bs. 40.000 mensuales durante 30 meses, comenzando dentro de un mes.
Calcule el monto que tendrá acumulado en la cuenta al final de esos 30 meses, si ésta paga un interés nominal del 18% anual, con capitalización mensual.

Solución: $i = \frac{18}{12}$ = 1,50 % mensual . n = 30
F = P (F | P, 1.50%, 30) - A (F | A, 1.50%, 30) =
2.000.000 (1,5631) - 40.000 (37,5387) = **1.624.652,00**

1.8 Ud. recibe hoy un préstamo por Bs. 8.000.000 al 24 % de interés anual con capitalización mensual. Al final del 12° mes, Ud. amortiza Bs. 4.000.000.
Calcule el saldo de su deuda al final del 18° mes.

Solución: $i = \frac{24\ \%}{12}$ = 2 % mensual
Saldo = 8.000.000 (F | P, 2%, 18) – 4.000.000(F | P, 2 %, 6)

= 8.000.000 (1,4282) – 4.000.000 (1,1262)= **6.920.800,00**

1.9 Ud. recibe hoy un préstamo por Bs. 3.000.00 al 12 % anual de interés con capitalización mensual.
Si Ud. solo puede pagar Bs. 40.000 mensuales para cancelar dicho préstamo, calcule el saldo de su deuda al cabo de 24 meses.

Solución: $i = \frac{12}{12}$ = 1 % mensual n= 24 meses

Saldo = 3.000.000 (F | P, 1%, 24) - 40.000 (F | A,1%, 24)
Saldo = 3.000.000 (1,2697) - 40.000 (26,9735) = **2.730.160,00**

1.10 Para disfrutar de una renta de Bs. 200.000 mensuales durante 60 meses consecutivos comenzando dentro de 24 meses, ¿ cuanto dinero hay que depositar hoy, en una cuenta bancaria que paga el 18 % anual con capitalización mensual?.

Solución: : $i = \frac{18}{12}$ = 1,5 % mensual

P = 200.000 (P | A, 1,50 %, 60) (P | F, 1,50 %, 24)
P = 200.000 (39,3803) (0,6995) = **5.509.303,97**

1.11 Calcule el monto de la cuota mensual que deberá pagar el beneficiario de un plan de financiamiento, si las condiciones son :
Cantidad a financiar = Bs. 5.000.000, pagaderos en 36 cuotas mensuales a un interés nominal del 18% anual , con capitalización mensual .
Solución: A= ?

P= Bs. 5.000.000
n = 36 meses
$i = \frac{18}{12}$ = 1.5 % mensual

A = P (A | P,1,50%,36)
A = 5.000.000 (0,03615)
A= 180.750,00

1.12 Una deuda esta compuesta por 12 giros de Bs. 50.000 cada uno, que vencen consecutivamente uno cada mes, comenzando el primero de ellos dentro de un mes; y además, por un giro extraordinario de Bs. 500.000 que vence dentro de 12 meses.
Si Ud. aspira a una tasa de interés del 18% anual con capitalización mensual, ¿qué cantidad de dinero ofrecería Ud. hoy, para comprar dicha deuda?.

Solución

$i = \frac{18\%}{12}$ = 1,50 % mensual

El valor presente de esta deuda es de:
P = 50.000 (P | A, 1,50%, 12) + 500.000 (P | F, 1,50%, 12)
P = 50.000 (10,9075) + 500.000 (0,8364) = **963.575,00**

1.13 Ud. deposita hoy, Bs. 2.000.000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés compuesto del 14% anual capitalizados al final del año, y luego retira al final de cada año Bs. 500.000 durante cuatro años.
Calcule el saldo de la cuenta al final de estos cuatro años.
Solución: Saldo = 2.000.000 (F | P, 14%, 4) – 500.000(F | A, 14%, 4)
= 2.000.000 (1,6890) – 500.000(4,92) = **918.000,00**

1.14 1°) Ud. solicita un préstamo por Bs. 2.000.000 , y debe cancelarlo mediante 60 cuotas mensuales iguales y consecutivas , comenzando a partir del mes próximo, a una tasa de interés nominal del 48% anual , con capitalización mensual .
Calcule el monto de las cuotas que deberá pagar .
Solución: A= ?
P= Bs. 2.000.000
n = 60 meses
$i = \frac{48}{12}$ = 4 % mensual
A = P (A | P, 4%, 60)
A = 2.000.000 (0,04420)
A= 88.400,00

1.15 Si Ud. deposita hoy , primer día del mes , Bs. 500.000 en una cuenta de ahorros que paga el 24 % de interés anual con capitalización mensual, y luego deposita Bs. 40.000 mensuales durante 24 meses , comenzando al final de este mismo mes.
¿ Cuanto tendrá Ud. acumulado , al final de estos 24 meses ? .
Solución: P = 2.000.000
A = 40.000
n = 24 meses
$i = \frac{24}{12}$ = 2 % mensual
F = P (F | P, 2%, 24) + A (F | A, 2%, 24)
F = 500.000 (1.6084) + 40.000 (30.4219)
F= 2.021.076,00

1.16 Si Ud. deposita Bs. 30.000 mensuales al final de cada mes, en una cuenta de ahorros que paga un interés nominal del 12% anual con capitalización mensual, ¿cuanto tendrá Ud. acumulado en dicha cuenta al cabo de 24 meses?.
Solución: A= 30.000
F= ?
n= 24 meses
i= 12% / 12 = 1% mensual
F= A (F/A, 1 %, 30)
F= 30.000 (26.9735)
F= 809.205,00

1.17 Si Ud. solicita hoy un préstamo hipotecario por Bs. 3.000.000 al 24 % de interés anual con capitalización mensual, pagadero en 60 meses . Calcule el monto de la cuota mensual que Ud. tendrá que pagar para amortizarlo.
Solución: A= ?
P= 3.000.000
i= 24/12= 2% mensual
n= 60 meses
A= P (A/P,2%,60)
A = 3.000.000 (0.02877)
A= 86.310,00

1.18 Si Ud. deposita hoy , Bs. 300.000 en una cuenta de ahorros que paga un interés nominal del 18% anual con capitalización mensual, ¿cuanto tendrá Ud. acumulado en dicha cuenta al cabo de 30 meses?.

Solución: P= 300.000

F= ?	F= A (F/P, 1.5 %, 30)
n= 30 meses	F= 300.000 (1.5631)
i= 18% / 12 = 1.5% mensual	**F= 468.930,00**

1.19 Si Ud. solicita hoy un préstamo hipotecario por Bs. 10.000.000 al 24 % de interés anual con capitalización mensual, pagadero en 60 meses . Calcule el monto de la cuota mensual que Ud. tendrá que pagar para amortizarlo.

Solución: A = ?

P = 10.000.000	A = P (A/P,2%,60)
I = 24/12= 2% mensual	A = 10.000.000 (0.02877)
n = 60 meses	**A = 287.700,00**

1.20 ¿ Cuanto dinero tendría una persona en su cuenta de ahorros dentro de diez años, si depositara Bs. 20.000 al final de cada año, a un interés del 15% anual?.

Solución: F= ?

A= Bs. 20.000	F= A (F/A,15%,10)
n= 10 años	F= 20.000 (20,304)
i= 15% anual	**F= 406.080,00**

1.21 Un comerciante debe pagar 30 cuotas mensuales de Bs. 220.000 cada una, a una financiadora, por concepto de un préstamo concedido. Si la tasa es de interés nominal es del 18% anual, capitalizado mensualmente, calcule el monto inicial del préstamo.

Solución:

n = 30 meses	P = A (P/A, 1,5% , 30)
A= Bs. 220.000	P = 220.000 (24,0158)
i= 18/12= 1,5 %	**P= 5.283.476,00**

1.22 Suponga que Ud. necesita tener para el 31 de Diciembre de un año , Bs. 1.000.000 . ¿ Qué monto tendrá Ud. que depositar al final de cada uno de los 12 meses del año en una cuenta de ahorros, si la tasa de interés nominal es del 12% anual , con capitalización mensual ?

Solución: A= ?

F= 1.000.000	A= F (A | F, 1%, 12)
n = 12 meses	A = 1.000.000 (0,07885)
i= 12% / 12 = 1 % mensual	**A = 78. 850,00**

1.23 Para cancelar un préstamo, es necesario pagar 20 cuotas mensuales por Bs. 15.000 . Calcule el monto del préstamo, si la tasa de interés nominal es del 18% anual con capitalización mensual.

Solución: A= 15.000

P= ? P= A (P | A , 1.5%, 20)

n = 20 meses P = 15.000 (17,1686)

i= 18% / 12 = 1.5 % mensual **P = 257.529,00**

1.24 Ud. deposita en una cuenta Bs. 3.000.000 hoy, y luego retira Bs. 100.000 mensuales durante 18 meses, comenzando dentro de un mes.

Calcule el monto que tendrá acumulado en dicha cuenta al cabo de estos 18 meses, si ésta paga un interés nominal del 6% anual, con capitalización mensual.

Solución: $i = \frac{6}{12}$ = 0,50 % mensual . n = 18

El valor futuro del depósito, una vez deducido los retiros será de:

F = P (F | P, 0,5%, 18) - A (F | A, 0,50%, 18) =

3.000.000 (1,0939) - 100.000 (18,7858) = **1.403.120,00**

1.25 Si Ud. deposita al final de cada mes, Bs. 50.000 en una cuenta de ahorros que ofrece el 18% de interés anual con capitalización mensual. ¿Cuál será el monto que tendrá acumulado al cabo de 36 meses?.

Solución: $i = \frac{18\%}{12}$ = 1,50% mensual.

El valor futuro de esta mensualidad es de:

F = A (F | A, 1,50%, 36) = 50.000 (47,2760) = **2.363.800,00**

1.26 Un comerciante solicita un préstamo por Bs. 20.000.000 pagaderos en dos años mediante 24 cuotas mensuales consecutivas, comenzando la primera de ellas al final del primer mes.

La tasa de interés convenida es 24% anual con capitalización mensual para las primeras 12 cuotas, y del 36% anual con capitalización mensual para las últimas 12 cuotas.

Si las primeras doce cuotas son por el mismo monto, y las últimas doce son también por otro mismo monto, calcule el monto de dichas cuotas.

Solución

Para las primeras doce cuotas: $i = \frac{24\%}{12}$ = 2% mensual.

El monto de cada una de las primeras doce cuotas es:

A_1 = 20.000.000 (A | P, 2%, 24) = 20.000.000 (0,05287) = **1.057.400,00**

El saldo deudor o saldo insoluto al final del mes 12 es:

F_{12} = 20.000.000 (F | P, 2%, 12) - 1.057.400 (F | A, 2%, 12)
F_{12} = 20.000.000 (1,2682) - 1.057.400 (13,4121) = 11. 182.045,46
Para las ultimas doce cuotas: $i = \frac{36\%}{12}$ = 3% mensual.
Por lo tanto, el monto de cada una de las últimas doce cuotas es:
A_2 = 11.182.045,46 (A | P, 3%, 12) = 11.182.045,46 (0,10046) = **1.123.348,29**

1.27 Una persona desea duplicar su capital en tres años, haciendo hoy un depósito único, en una cuenta que capitaliza los intereses mensualmente.
¿ Cual debe ser la tasa de interés nominal al año?.
Solución : n = 12 x 3 = 36 meses , y se quiere F = 2 P $\Rightarrow$ 2P = P (F | P, i %, 36)
$\Rightarrow$ (F | P, i %, 36) = 2.
Por interpolación en las tablas financieras, se encuentra: i = 1,94 % mensual.
Por lo tanto la tasa nominal al año debe ser : 1,94 x 12 = **23,33 %**
Otra forma también válida de resolver el ejercicio, es sin tablas financieras, aplicando la fórmula de interés compuesto : $F = P\ (1+i)^n \Rightarrow 2P = P\ (1+i)^{36} \Rightarrow (1+i)^{36} = 2 \Rightarrow 1+i = \sqrt[36]{2} = 1{,}0194 \Rightarrow i = 0{,}194 = 1{,}94\ \%$, y por lo tanto la tasa nominal anual debe ser: 1,94 x 12 = **23,33 %**

1.28 Ud. deposita hoy, Bs. 10.000.000 en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés compuesto del 20% anual capitalizados al final del año.
Ud. desea hacer retiros anuales de igual monto, durante cinco años, comenzando al final del año 6.
Calcule el monto de estos retiros, si Ud. desea tener al final del año 10, un saldo de Bs. 10.000.000 en dicha cuenta.

Solución: Si no hubiera retiros, al final del año 10, el saldo de la cuenta sería:
Saldo = 10.000.000 (F | P, 20%, 10) = 10.000.000 (6,1917) = 61.917.000
Como Ud. desea que el saldo de la cuenta al final del año 10 sea de
Bs. 10.000.000, el valor futuro de los retiros deberá ser de:
61.917.000 - 10.000.000 = 51.917.000
Se producen cinco retiros por igual monto, en los años 6,7,8,9 y 10 ; por lo tanto:
Retiro = F (A | F, 20%, 5) = 51.917.000 (0,13438) = **6.976.606,46**

1.29 Para disfrutar de una renta de Bs. 200.000 mensuales durante 60 meses consecutivos comenzando dentro de 24 meses, ¿ cuanto dinero hay que depositar hoy, en una cuenta bancaria que paga el 18 % anual con capitalización mensual?.

Solución: : $i = \frac{18}{12}$ = 1,5 % mensual
P = 200.000 (P | A, 1,50 %, 60) (P | F, 1,50 %, 24)
P = 200.000 (39,3803) (0,6995) = **5.509.303,97**

1.30 Calcule la cantidad de dinero que hay que depositar hoy en una cuenta de ahorros que paga el 8 % de interés anual con capitalización trimestral, para que dentro de 2 años tenga acumulados Bs. 2.000.000 .

Solución: F = 2.000.000

P = ?

n = 8 trimestres

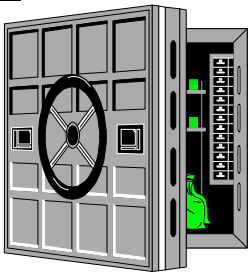
$i = \frac{8}{4}$ = 2 % trimestral

$P = F (P \mid F, 2\%, 8)$

P = 2.000.000 (0,8535)

P= 1.707.000,00

UNIDAD N° 2: Uso de factores múltiples.



SINOPSIS DE CONTENIDO: Tasa de interés nominal y efectiva. Capitalización continua. Cálculos financieros que involucran el uso de dos o más factores. Gradientes crecientes, decrecientes y trasladados. Uso de las tablas financieras para los factores de gradiente. Cálculo del valor presente, valor futuro y serie anual uniforme equivalente en flujos de caja que involucran diferentes cantidades en el tiempo.

OBJETIVO DE LA UNIDAD**:** Realizar cálculos financieros que involucren el uso de factores múltiples, con tasa nominal o con tasa efectiva, en flujos de caja con estructura de gradiente, o con estructura cualquiera.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

2.1 Ud. deposita hoy Bs. 500.000, y luego Bs.80.000 al final de cada semestre durante cinco años, en una cuenta de ahorros que paga el 18% de interés nominal al año, con capitalización mensual.
Calcule el monto que tendrá acumulado al cabo de estos cinco años.
Solución: Como el periodo de depósito es más largo que el de capitalización, hay que calcular el interés efectivo durante el semestre. $i = (1+\frac{r}{t})^t - 1$

$r = \frac{18}{2}$ = 9% nominal durante el semestre = 0,09 t = 6 meses

$i = (1+\frac{0.09}{6})^6 - 1 = 0,0934$ = 9,34 % efectivo durante el semestre.

Tomando ahora como unidad de tiempo el semestre, a la tasa efectiva anterior:

$F = 500.000 (F|P, 9,34\%, 10) + 80.000 (F|A, 9,34\%, 10)$

Los factores financieros anteriores deben ser hallados por interpolación, y resultan ser 2,4423 y 15,4417 respectivamente, de donde: **F = 2.456.486,00**

2.2 Una cuenta de ahorros que paga el 12 % anual con capitalización mensual, Ud. deposita Bs. 100.000,00 al final de cada trimestre.

Calcule el monto acumulado en la cuenta al cabo de 36 meses.
Solución: Como el periodo de depósito es más largo que el de capitalización, hay que calcular el interés efectivo durante el trimestre.

$$i = (1+\frac{r}{t})^t - 1$$

$r = \frac{12}{4}$ = 3% nominal durante el trimestre = 0,03 t = 3 meses

$i = (1+\frac{0.03}{3})^3 - 1 =$ 0,0303 = 3,03 % efectivo durante el trimestre.

Tomando ahora como unidad de tiempo el trimestre, a la tasa efectiva anterior, se tiene :
n =12, pues durante 36 meses se realizan 12 depósitos.

F = 100.000 (F | A, 3,03%, 12)
El factor financiero debe ser hallado por interpolación, y resulta ser 14,2162, de donde: **F = 1.421.620,00**

2.3 Hoy se realiza un depósito por Bs. 10.000.000, y luego se retiran Bs.1.000.000 al final de cada semestre durante cinco años, en una cuenta de ahorros que paga el 24% de interés nominal al año, con capitalización trimestral. Calcule el saldo de la cuenta al final de estos cinco años.

Solución: Como el periodo de retiro es más largo que el de capitalización, hay que calcular el interés efectivo durante el semestre. $i = (1+\frac{r}{t})^t - 1$

$r = \frac{24}{2}$ = 12% nominal durante el semestre = 0,12
t = 2 trimestres en un semestre
$i = (1+\frac{0.12}{2})^2 - 1 =$ 0,1236 = 12,36 % efectivo durante el semestre.

Tomando ahora como unidad de tiempo el semestre

n = 10 semestres en un lapso de 5 años.

F = 10.000.000 (F | P, 12,36%, 10) – 1.000.000 (F | A, 12,36%, 10)
Los factores financieros anteriores deben ser hallados por interpolación, y resultan ser 3,2071 y 17,8571 respectivamente, de donde:

F = 14.213.900,00

2.4 ¿ Cual es la tasa de interés nominal con capitalización semestral, que proporciona una tasa efectiva del 15% anual ? .

Solución: Teniendo en cuenta que : $i = (1+\frac{r}{t})^{t} - 1$

En este caso: r= ? t= 2 semestres i= 15% anual = 0,15

Despejando: $r = t(\sqrt[t]{(1+i)} - 1$

r = 2 [(1 + 0,15)$^{1/2}$ - 1] = 0,1448 = **14,48%**

2.5 Una Entidad Financiera ha establecido una tasa de interés nominal anual del 16% capitalizada mensualmente. ¿Cual es su tasa de interés efectiva anual.?

Solución: La fórmula a aplicar es: i = $(1+\frac{r}{t})^{t}$ - 1

En este caso: r = 16% = 0,16
t = 12 meses

Reemplazando: i= $(1+\frac{0.16}{12})^{12}$ - 1 = 0,1723 = **17,23%**

2.6 Si la capitalización es semestral , ¿ cual es la tasa de interés nominal anual , que proporciona una tasa efectiva del 30 % anual ? .

Solución: La relación entre tasa nominal y tasa efectiva es : i = $(1+\frac{r}{t})^{t}$ - 1

En este caso: i = 30 % = 0.30 ; t = 2 semestres ; r = ?

Al despejar "r" se obtiene : $r = t\sqrt[t]{i+1} - 1$ = $2\sqrt{1+0.30} - 1$ = 0.2804 = **28.04 %**

2.7 Para cancelar un préstamo por Bs. 6.000.000 destinados a la compra de un vehículo, Ud. propone la siguiente forma de pago:

- 24 cuotas mensuales, iguales y consecutivas comenzando la primera de ellas dentro de un mes.
- Una cuota extraordinaria por Bs. 3.000.000 pagadera al final del mes 12.

A una tasa de interés del 24% anual con capitalización mensual, calcule el monto de las cuotas mensuales que deberá Ud. pagar.

Solución: i = $\frac{24}{12}$ = 2 % mensual

El valor presente de la cuota extraordinaria es :

P = 3.000.000 (P | F, 2 %, 12) = 3.000.000 (0,7885) = 2.365.500,00

por lo tanto, el valor presente de las 24 cuotas mensuales deberá ser:

6.000.000,00 – 2.365.500,00 = 3.634.500,00

y de allí, el monto de cada una de estas 24 mensuales es de:

A = 3.634.500 (A | P, 2 %, 24) = 3.423.000,00 (0,05287) = **192.156,02**

2.8 Un préstamo por Bs. 12.000.000 va a ser cancelado mediante 5 cuotas anuales iguales y consecutivas, pero comenzando la primera de ellas dentro de 4

años . Calcule el monto de las cuotas anuales, si la tasa de interés es del 10% anual.

Solución: Hay que calcular el monto de la deuda al comienzo del año 4 (final del año 3) :

F_3 = Valor futuro al final del año 3.

$F_3 = P\ (F|P, 10\%, 3) = 12.000.000\ (1,3310) = 15.972.000,00$

Luego se calcula el monto de las cuotas:

$A = F_3$ **$(A|P, 10\%, 5)$** = 15.972.000,00 (0,26380)= **4.213.413,60**

2.9 Un préstamo por Bs. 20.000.000 debe ser cancelado en un plazo de 10 años.

Para una mayor comodidad en las cuotas, se ha convenido en el siguiente cronograma de pagos para el final de cada año:

- Los dos primeros años una cuota de Bs. 2.000.000 cada una.
- Los siguientes cuatro años una cuota por Bs. 5.000.000 cada una.
- Los últimos cuatro años una cuota igual cada año.

Calcule el monto de las cuotas correspondientes a cada uno de los últimos cuatro años, si la tasa de interés es del 12% anual.

Solución: Hay que calcular el monto de la deuda al final del año 6:

F_6 = Valor futuro de la deuda al final del año 6.

$F_6 = P\ (F|P, 12\%, 6) – 2.000.000\ (F|A, 12\%, 2)\ (F|P, 12\%, 4) - 5.000.000(F|A, 12\%, 4)$

$F_6 = 20.000.000\ (1,9738) – 2.000.000\ (2,12)\ (1,5735) - 5.000.000(4,779)$

$F_6 = 8.909.360,00$

Una vez calculada la deuda al final del año 6,se calcula el monto de las cuatro últimas cuotas:

$A = F_6\ (A|P, 12\%, 4) = 8.909.360,00\ (0,32923)=$ **2.933.228,93**

2.10 Ud. necesita obtener un préstamo por Bs. 8.000.000 para la adquisición de un vehículo.

La entidad financiera le ofrece este préstamo con las siguientes condiciones:

Interés nominal fijo del 36% anual , con capitalización mensual.

24 cuotas mensuales iguales y consecutivas.

Una cuota extraordinaria al final del mes N° 12.

Ud. considera que según su capacidad de pago , cada una de las 24 cuotas mensuales debe ser por Bs. 300.000.

Calcule el monto de la cuota extraordinaria a pagar al final del mes N° 12.

Solución: $i = \frac{36}{12} = 3\ \%$ mensual

El valor presente de la cuota extraordinaria es :

$P = 8.000.000 – 300.000\ (P|A, 3\ \%, 24)$

$= 8.000.000 – 300.000\ (16,9355) = 2.919.350,00$

por lo tanto , el valor de esta cuota extraordinaria en el mes N° 12, será de:

F = 2.919.350,00 (F | P, 3 %, 12) = 2.919.350,00 (1,4258) = **4.162.409,23**

2.11 Un préstamo por Bs. 5.000.000 va a ser cancelado mediante 5 cuotas anuales iguales y consecutivas, pero comenzando la primera de ellas dentro de 4 años . Calcule el monto de las cuotas anuales, si la tasa de interés es del 10% anual.

Solución: Hay que calcular el monto de la deuda al comienzo del año 4 (Final del año 3 : F_3 = Valor futuro al final del año 3.

F_3 = P (F/P,10%,3) = 5.000.000 (1,3310) = 6.655.000,00

Luego se calcula el monto de las cuotas:

A = F_3 (A/P,10%,5) = 6.655.000,00 (0,26380)= **1.755.589,00**

2.12 Un inversionista industrial ha obtenido un préstamo por Bs. 5.000.000 , que debe cancelar en 10 cuotas anuales .

Para una mayor comodidad, ha convenido el siguiente cronograma de pagos :

Las primeras cuatro cuotas por Bs. 500.000 cada una .

Las últimas seis cuotas por un monto igual cada una.

Si la tasa de interés convenida es del 8% anual ; calcule el monto de cada una de estas seis últimas cuotas .

Solución:

Saldo deudor al final del año 4 = 5.000.000 (F | P,8%,4) - 500.000 (F | A,8%,4)
= 5.000.000 (1.3605) - 500.000 (4.506) =
4.549.500

Cuota para cada uno de los seis últimos años = 4.549.500 (A | P,8%,6)
= 4.549.500 (0.21632) = **984. 147 , 84**

2.13 Una empresa le solicita al Banco un préstamo por Bs. 50.000.000 , a un interés nominal del 24% anual con capitalización mensual , pagadero en cuotas mensuales durante los próximos 24 meses .

Para una mayor comodidad en la cancelación del préstamo, la empresa le propone al Banco , que el monto de la cuota correspondiente a cada uno los últimos doce meses sea el triple de la correspondiente a cada uno de los primeros doce meses.

Calcule el monto de las cuotas correspondientes a los primeros doce meses , y a los últimos doce meses .

Solución: i= $\frac{24}{12}$ = 2 % mensual

Sea: X = Monto de la cuota durante cada uno de los primeros doce meses.

3 X = Monto de la cuota durante cada uno de los últimos doce meses.

X (P | A, 2% , 12) + 3 X (P | A, 2 %, 12) (P | F, 2%, 12) = 50.000.000

X (10.5753) + 3X (10.5753) (0.7885) = 50.000.000

Resolviendo : 35.5987 X = 50.000.000 $\Rightarrow$ **X =1.404.842,75**

En consecuencia , las cuotas serán de Bs. 1.404.842,75 durante cada uno de los primeros doce meses , y de Bs. 4.214.528,25 durante cada uno de los últimos doce meses .

2.14 Para cancelar un préstamo por Bs. 10.000.000 , se han establecido las siguientes condiciones de pago :

- Plazo de 24 meses .
- Tasa de interés nominal del 36 % anual , con capitalización mensual .
- 24 cuotas mensuales iguales y consecutivas por Bs. 400.000 cada una , comenzando la primera de ellas al final del primer mes .
- 2 cuotas anuales extraordinarias , pagaderas la primera de ellas al final del mes 12, y la segunda al final del mes 24 ; ambas por el mismo monto .

Calcule el monto de cada una de estas dos cuotas extraordinarias .

Solución: $i = \frac{36}{12} = 3\ \%$

Para amortizar la deuda , es necesario que el valor presente de los pagos sea igual al préstamo recibido , y por lo tanto:

$10.000.000 = 400.000\ (P|A, 3\%, 24) + X\ (P|F, 3\%, 12) + X\ (P|F, 3\%, 24)$

Siendo "X" el monto de cada una de las dos cuotas extraordinarias .

Reemplazando : $10.000.000 = 400.000\ (16,9355) + X\ (0,7014) + X\ (0,4919)$

Al despejar se obtiene : X **= 2.703.259,87**

2.15 Una máquina que tiene una vida útil estimada de 6 años , presenta las siguientes estimaciones en lo que a gastos de mantenimiento se refiere:
Durante sus tres primeros años : Bs. 100.000 anuales .
Durante sus tres últimos años : Bs. 180.000 anuales .
Al final del año 3 , una reparación extraordinaria por Bs. 300.000 .
Calcule el Costo Anual Uniforme Equivalente de los gastos de mantenimiento de esta máquina , a una tasa de interés del 20% anual.

Solución: Hay que calcular el valor presente de los gastos de mantenimiento.

$V.P = 100.000\ (P|A, 20\%,3) + 180.000\ (P|A,20\%,3)\ (P|F,20\%,3) +$
$300.000\ (P|F,20\%,3) = 603.684,41$

y luego calcular el C.A.U.E , que será:

$C.A.U.E = 603.684,41\ (A|P, 20\%,6)=$ **181.531,37**

2.16 Calcule la "**SERIE ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE**" del siguiente flujo de caja . Asuma i= 12%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor	0	15.000	15.000	15.000	17.000	19.000	21.000	23.000	25.000

Solución: Se trata de un gradiente diferido , cuyo origen esta en el año 2.

A= 15.000 $P = 15.000\ (P|A , 12\% , 8) + 2000\ (P|G, 12\%, 6)\ (P|F,12\%,2)$

G= 2000 $P = 15.000\ (4,9676) +2000\ (8,930)\ (0,7972)$ = **88.751,99**

i= 12%

Una vez calculado el valor presente, puede ser calculado la S.A.U.E:
S.A.U.E = P (A | P , 12% , 8) = 88.751,99 (0,20130) = **17.865,78**

2.17 Calcule el valor futuro al año 10 del siguiente flujo de caja . Asuma i= 12%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor	0	15.000	15.000	15.000	17.000	19.000	21.000	23.000	25.000

Solución: Se trata de un gradiente diferido, cuyo origen esta en el año 2.
A= 15.000 G= 2000 i= 12%
P = 15.000 (P|A , 12% , 8) + 2000 (P|G, 12%, 6) (P|F,12%,2)

P = 15.000 (4,9676) + 2000 (8,930) (0,7972) = 88.751,99
Una vez calculado el valor presente, puede ser calculado el valor futuro al año 10 : F = P (F|P , 12% , 10) = 88.751,99 (3.1058) = **275.645,94**

2.18 Calcule el valor futuro al año 10 del siguiente flujo de caja . Asuma i= 12%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0	10.000	10.000	10.000	12.000	14.000	16.000	18.000	20.000

Solución: Se trata de un gradiente diferido , cuyo origen esta en el año 2.
A= 10.000 P = 10.000 (P|A , 12% , 8) + 2000 (P|G, 12%, 6) (P|F,12%,2)
G= 2000 P = 10.000 (4,9676) +2000 (8,930) (0,7972) = **63.913,99**
i= 12%
Una vez calculado el valor presente, puede ser calculado el valor futuro al año 10 : F = P (F|P , 12% , 10) = 63.913,99 (3.1058) = **198.504,07**

2.19 Calcule el valor presente del siguiente gradiente . Asuma i= 10%.

Año	0	1	2	3	4
Valor	0	1.200	1.000	800	600

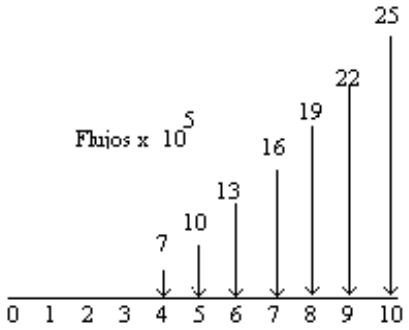
Solución:
A = 1200 $P= P_A - P_G$; ya que el gradiente es decreciente
G = 200 P = 1200 (P/A,10%,4) - 200 (P/G,10%,4)
i = 10% P = 1200 (3,1698) - 200 (4,378)= **2.928,22**

2.20 Suponga que al estimar los gastos de mantenimiento de una máquina cuya vida se estima en 10 años , Ud. considera que durante los tres primeros años estos gastos serán nulos , que el cuarto año serán de Bs. 700.000 , y que de allí en adelante se incrementarán a razón de Bs. 300.000 por año.
A una tasa de interés del 15% anual , calcule la “Serie Anual Uniforme Equivalente” que corresponde a estos desembolsos .

Solución:

El diagrama de flujo correspondiente es:

Se trata de un gradiente creciente diferido con n=7 , cuyo origen esta en el año 3.
A= 700.000
G= 300.000
i= 15%



P = [700.000) (P|A, 15%, 7) + 300.000 (P|G, 15%, 7)] (P|F,15%,3)
P = [700.000 (4.1604) +300.000 (10.192)](0.6575) = 3.925.196,10
S.A.U.E = P (A | P , 15%, 10) = 3.925.196,10 (0.19925) = **782.095,32**

2.21 Utilizando los factores de gradiente, calcule el valor presente del siguiente flujo de caja . Asuma i= 15%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor	0	2000	2000	2000	2500	3000	3500	4000	4500

Solución: A= 2000 G= 500 i= 15%
Es un gradiente creciente diferido, que tiene su origen en el año 2 , por tanto:
V.P = 2000 (P|A, 15%, 8) + 500 (P|G, 15%,6) (P|F,15%,2) =
2000 (4.4873) + 500 (7.937) (0,7561) = **11.975,18**

2.22 Calcule el valor presente del siguiente flujo de caja . Asuma i= 10%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor	0	20.000	20.000	20.000	18.000	16.000	14.000	12.000	10.000

Solución: Se trata de un gradiente decreciente diferido, cuyo origen esta en el año 2. A= 20.000 G= 2.000 i= 10%
P = 20.000 (P|A , 10% , 8) – 2.000 (P|G, 10%, 6) (P|F,10%,2)
P = 20.000 (5,3349) – 2.000 (9,684) (0,8264) = **90.692,28**

2.23 Determine el valor presente de una máquina cuyo costo inicial es de Bs. 10.000.000 , y los costos de operación de Bs. 1.200.000 el primer año, Bs. 1.350.000 el segundo año, y así sucesivamente Bs. 150.000 más cada año, hasta el año 10. Use una tasa de interés del 18% anual.

Solución: A = 1.200.000 ; G = 150.000 ; i = 18% ; n = 10
Es un gradiente creciente $\Rightarrow$ P= 10.000.000 + P_A + P_G
P = 10.000.000 + 1.200.000 (P | A,18%,10) + 150.000 (P | G,18%,10)
P = 10.000.000+ 1.200.000 (4,4941) + 150.000 (14,352) = **17.545.720,00**

2.24 Determine la “Serie Anual Uniforme Equivalente” correspondiente a una máquina cuyo costo inicial es de Bs. 6.000.000 , con costos de operación de Bs. 200.000 el primer año, Bs. 250.000 el segundo año, y así sucesivamente Bs. 50.000 más cada año, hasta el año 10.

Use una tasa de interés del 18% anual.
Solución: A = 200.000 ; G = 50.000 ; i = 18% ; n = 10
Es un gradiente creciente $\Rightarrow$ P= 6.000.000 + P_A + P_G
P = 6.000.000 + 200.000 (P | A,18%,10) + 50.000 (P| G,18%,10)
P = 6.000.000 + 200.000 (4,4941) + 50.000 (14,352) = 7.616.420,00

S.A.U.E = 7.616.420,00 (A | P,18%,10) = 7.616.420,00 (0,22251)=
1.694.729,61

2.25 Determine la "Serie Anual Uniforme Equivalente" , para el siguiente Flujo de Caja , a una tasa de interés del 12 % anual .

Año	1	2	3	4	5	6	7
Cuota	40.000	40.000	40.000	35.000	30.000	25.000	20.000

Solución: Para calcular el valor presente de la anualidad :
P_A = (P | A, 12%, 7) = 40.000 (4.5638) = 182.552 ,00
Al calcular el valor presente del gradiente, hay que tener en cuenta que su origen es el año 2 , y que se trata de un gradiente negativo .
P_G = 5.000 (P | G, 12%, 5)(P | F, 12%, 2) = 5.000(6,397)(0,7972) = 25.498,44
El valor presente del flujo de caja es : P = P_A - P_G = 157.053,56
S.A.U.E = 157.053,56 (A | P, 12%, 7) =157.053,56 (0.21912) = **34.413,58**

2.26 El precio de un vehículo nuevo es de Bs. 40.000.000.
Un cliente interesado en comprarlo ofrece el siguiente plan de pagos:

- Una cuota inicial de Bs. 10.000.000 pagadera hoy.
- 24 cuotas mensuales, las primeras doce por Bs. 750.000 cada una, y las ultimas doce por Bs. 1.000.000 cada una.
- Dos cuotas extraordinarias por igual monto, la primera pagadera al final del mes 12 y la segunda al final del mes 24.

Para una tasa de interés del 18% con capitalización mensual, calcule el monto de cada una de las dos cuotas extraordinarias.

Solución: $i = \frac{18}{12}$ = 1,50% mensual

El valor presente de las cuotas extraordinarias debe ser:
P = 40.000.000 – 10.000.000 – 750.000 (P | A, 1,50%, 12)
– 1.000.000 (P | A, 1,50%, 12) (P | F, 1,50%, 12) =
30.000.000 – 750.000 (10,9075) – 1.000.000 (10,9075) (0,8364) =
12.696.342,00
Como las cuotas extraordinarias son pagadas anualmente y el periodo de capitalización es el mes, es necesario calcular la tasa efectiva anual:
i= $(1+\frac{0.18}{12})^{12}$ - 1 = 0,1956 = 19,56 % efectivo anual.
Para calcular el monto de cada una de las dos cuotas extraordinarias, se toma ahora como unidad de tiempo el año, a la tasa efectiva anterior, y se obtiene

A = 12.696.342,00 (A | P, 19,56%, 2)

El factor financieros (A | P, 19,56%, 2) debe ser hallado por interpolación, y resulta ser 0,65106, de donde: **A = 8.266.080,42**

2.27 Utilice factores que involucren gradientes, para calcular el valor presente del siguiente flujo de caja, a una tasa de interés del 10%.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Valor	-30	- 40	- 50	+ 25	+25	+50	+75	+100	+125	+150	+175

Solución: Existe un primer gradiente decreciente que abarca los tres primeros años.
Para este primer gradiente: A= -30 G= -10 n = 3 **.** i = 10%
El valor presente de este primer gradiente es:
P_1 = - 30 (P|A , 10% , 3) – 10 (P|G, 10%, 3)
P_1 = - 30 (2,4869) – 10 (2,329) = - 97,8970
Existe un segundo gradiente creciente diferido, cuyo origen esta en el año 4.
Para este segundo gradiente: A= 25 G= 25 n = 7 i = 10%
El valor presente de este segundo gradiente es:
P_2 = [25+ 25 (P|A , 10% , 7) + 25 (P|G, 10%, 7)] (P|F , 10% , 4)
P_2 = [25+ 25 (4,8684) + 25 (12,763)] (0,6830) = 318,1312
El valor presente de todo el flujo de caja es en consecuencia:
P = P_1 + P_2 = - 97,8970 + 318,1312 = **220,2342**

2.29 Ud. deposita hoy Bs. 2.000.000, y luego retira Bs. 500.000 al final de cada año durante tres años, en una cuenta de ahorros que paga el 18% de interés nominal al año, con capitalización mensual.
Calcule el saldo que tendrá en la cuenta, al cabo de estos tres años.
Solución: Como el periodo de retiro es más largo que el de capitalización, hay que calcular el interés efectivo durante el año. $i = (1+\frac{r}{t})^t - 1$

r = 18% = 0,18 t = 12 meses $i= (1+\frac{0.18}{12})^{12} - 1 = 0,1956 = 19,56\ \%$

Tomando ahora como unidad de tiempo el año , a la tasa efectiva anterior:

F = 2.000.000 (F | P, 19,56%, 3) - 500.000 (F | A, 19,56%, 3)
Los factores financieros anteriores deben ser hallados por interpolación, y resultan ser 1,7091 y 3,6251 respectivamente, de donde: **F = 1.605.650,00**

2.30 Un préstamo por Bs. 20.000.000 debe ser cancelado en un plazo de 10 años.
Para una mayor comodidad en las cuotas, se ha convenido en el siguiente cronograma de pagos para el final de cada año:

- Los dos primeros años una cuota de Bs. 2.000.000 cada una.
- Los siguientes cuatro años una cuota por Bs. 5.000.000 cada una.
- Los últimos cuatro años una cuota igual cada año.

Calcule el monto de las cuotas correspondientes a cada uno de los últimos cuatro años, si la tasa de interés es del 12% anual.

Solución: Hay que calcular el monto de la deuda al final del año 6:
F_6 = Valor futuro de la deuda al final del año 6.
$F_6 = P (F|P, 12\%, 6) – 2.000.000 (F|A, 12\%, 2) (F|P, 12\%, 4)- 5.000.000(F|A, 12\%, 4)$
$F_6 = 20.000.000 (1,9738) – 2.000.000 (2,12) (1,5735)- 5.000.000(4,779)$
$F_6 = 8.909.360,00$
Una vez calculada la deuda al final del año 6,se calcula el monto de las cuatro últimas cuotas:
$A = F_6 (A|P, 12\%, 4) = 8.909.360,00 (0,32923)=$ **2.933.228,93**

2.31 Calcule el valor futuro al año 10 del siguiente flujo de caja . Asuma i= 12%.

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bs.	0	10.000	10.000	10.000	12.000	14.000	16.000	18.000	20.000

Solución: Se trata de un gradiente diferido , cuyo origen esta en el año 2.
A= 10.000 P = 10.000 (P|A , 12% , 8) + 2000 (P|G, 12%, 6) (P|F,12%,2)
G= 2000 P = 10.000 (4,9676) +2000 (8,930) (0,7972) = **63.913,99**
i= 12%
Una vez calculado el valor presente, puede ser calculado el valor futuro
al año 10 : F = P (F|P , 12% , 10) = 63.913,99 (3.1058) = **198.504,07**

UNIDAD N° 3: Métodos para evaluar alternativas bajo condiciones de certeza.

SINOPSIS DE CONTENIDO: Comparación de alternativas por el método del valor presente, con vidas iguales o con vidas diferentes. Método del costo anual uniforme equivalente. Método de la relación Beneficio / Costo.

OBJETIVO DE LA UNIDAD: Seleccionar dentro de un conjunto de alternativas de inversión, la óptima desde el punto de vista económico, dadas las estimaciones de costos e ingresos, y la tasa de interés.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

3.1 Al comparar dos alternativas para la compra de un motor, se presentan las siguientes estimaciones de costo:

	Motor 1	Motor 2
Valor inicial	1.000.000	2.300.000
Costo Anual de Operación	120.000	200.000
Valor de Salvamento	0	500.000
Vida Util (años)	3	6

Usando el método del valor presente , y a una tasa de interés del 9 % anual , encuentre la mejor alternativa.

Solución: Como tienen vidas diferentes , es necesario hacer la comparación de valor presente para un lapso de 6 años (mínimo común múltiplo) .

a) Valor Presente del Motor 1 :

$V.P_1$ = 1.000.000 + 1.000.000 (P/F, 9% , 3)+ 120.000 (P/A, 9% ,6) =

1.000.000 + 1.000.000 (0.7722) + 120.000 (4.4859) = **2.310.508,00**

b) Valor Presente del Motor 2 :

$V.P_2$ = 2.300.000 + 200.000 (P/A, 9% , 6) - 500.000 (P/F, 9% ,6) =

2.300.000 + 200.000 (4.4859) - 500.000 (0.5963) = **2.899.030,00**

Se selecciona el Motor 1 , pues tiene un valor presente menor.

3.2 Una industria alimenticia debe decidir la compra de una máquina, y dispone de dos ofertas cuyas condiciones se detallan a continuación:

	Oferta 1	Oferta 2
Costo Inicial	4.500.000	7.800.000
Costo Anual de Operación	210.000	300.000
Valor de salvamento	0	1.500.000
Vida Util (años)	4	6

Utilice el método de "Costo Anual Uniforme Equivalente" , para decidir cual de las dos máquinas es más conveniente. Asuma i=15 %.

Solución:

$C.A.U.E_1$ = 4.500.000 (A/P,15%,4) + 210.000 =

4.500.000 (0.35027) + 210.000 = **1.786.215,00**

$C.A.U.E_2$ = 7.800.000 (A/P,15%,6) + 300.000 - 1.500.000 (A/F,15%.,6)

= 7.800.000 (0,26424) + 300.000 - 1.500.000 (0,11424) =

2.189.712,00

La oferta 1 es más conveniente, pues su C.A.U.E es menor.

3.3 Una industria metalúrgica debe decidir la compra de una máquina, y dispone de dos ofertas cuyas condiciones se detallan a continuación:

	Oferta 1	Oferta 2
Costo Inicial	1.500.000	2.600.000
Costo Anual de Operación	70.000	100.000
Valor de salvamento	0	500.000
Vida Util (años)	4	6

Utilice el método de "Costo Anual Uniforme Equivalente" , para decidir cual de las dos máquinas es más conveniente. Asuma i=15 %.

Solución:

$C.A.U.E_1$ = 1.500.000 (A/P,15%,4) + 70.000 =

1.500.000 (0.35027) + 70.000 = **595.405,00**

$C.A.U.E_2$ = 2.600.000 (A/P,15%,6) + 100.000 - 500.000 (A/F,15%.,6)

= 2.600.000 (0,26424) + 100.000 - 500.000 (0,11424) =

729.904,00

La oferta 1 es más conveniente, pues su C.A.U.E es menor.

3.4 Una empresa desea automatizar el control de su producción, mediante el uso de una computadora. Luego de un cuidadoso estudio de preselección se cotizan los siguientes modelos:

	Computador A	Computador B

Costo inicial de inversión	1.250.000	1.590.000
Costo anual de operación	250.000	300.000
Valor de salvamento	500.000	500.000
Vida útil del proyecto (años)	5	8

Usando el método del valor presente de salvamento, y a una tasa de interés del 12% anual, encuentre la mejor alternativa.
Responda de acuerdo al siguiente orden:
a) Escriba la ecuación correspondiente de CAUE.
b) Evalúe el CAUE de la primera alternativa.
c) Evalúe el CAUE de la segunda alternativa.
d) Indique cual es la mejor alternativa, en base al CAUE.

Solución:
a) Ecuación del C.A.U.E, según el método de Valor presente de salvamento:
$CAUE = [\ P - V.S\ (P|\ F, i\%, n)\ ]\ (A|\ P, i\%, n) + A_1$.

b) Computador A:

$CAUE = [1.250.000 - 500.000\ (P|\ F,12\%,5)]\ (A|\ P,12\%,5) + A_1 =$

$[1.250.000 - 500.000\ (0,5674)]\ (0,27741) + 250.000 =$ **518.061,28**

c) Computador B:

$CAUE = [1.590.000 - 500.000\ (P|\ F,12\%,8)]\ (A|\ P,12\%,8) + A_1 =$

$[1.590.000 - 500.000\ (0,4039)]\ (0,2013) + 300.000 =$ **579.414,46**

d) Se selecciona el Computador A, pues tiene un CAUE menor.

3.5 Una compañía necesita comprar una máquina , y tiene dos ofertas , cuyas condiciones son

	Máquina 1	Máquina 2
Costo inicial de inversión	2.200.000	4.000.000
Costo anual de operación	200.000	300.000
Valor de salvamento	100.000	500.000
Vida útil (años)	4	8

Use el método del valor presente, a una tasa de interés del 10% anual , para encontrar la mejor alternativa.

Solución: Como son máquinas de vidas diferentes , es necesario hacer el análisis a una duración igual a su mínimo común múltiplo, 8 años .

$VP_1 = 2.200.000 + 2.200.000\ (P|\ F,10\%,4) - 100.000\ (P|\ F,10\%,4)$
$-100.000\ (P|\ F,10\%,8) + 200.000\ (P|\ A,10\%,8)$

$VP_1 = 2.200.000 + 2.200.000\ (0.6830) - 100.000\ (0.6830)$
$-100.000\ (0.4665) + 200.000\ (5.3349) =$ **4.654.630,00**

$VP_2 = 4.000.000 + 300.000\ (P|\ A,10\%,8) - 500.000\ (P|\ F,10\%,8) =$
$4.000.000 + 300.000\ (5.3349) - 500.000\ (0.4665) =$ **5.367.220,00**

Se selecciona la Máquina 1 , pues tiene un valor presente menor.

3.6 Se están considerando dos máquinas, que tienen los siguientes costos, para un proceso de producción continuo:

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	620.000	770.000
Costo anual de operación	150.000	210.000
Valor de salvamento	80.000	100.000
Vida útil (años)	4	6

Utilizando una tasa de interés del 15% anual, determine cual de las dos máquinas debe seleccionarse, mediante el método del valor presente.

Solución: Como las dos máquinas tienen diferente vida útil, deben compararse sobre la base del mínimo común múltiplo , es decir 12 años .

VP_A = 620.000 + (620.000-80.000) (P|F,15%,4) + (620.000-80.000) (P|F,15%,8) + 150.000 (P|A,15%,12) - 80.000 (P|F,15%,12) = **1.903.413,99**

VP_B = 770.000 + (770.000-100.000) (P|F,15%,6) + 210.000 (P|A,15%,12) - 100.000 (P|F,15%,12) = **2.179.298,76**
La Máquina "A" es más conveniente, pues su valor presente es menor.

3.7 Se desea seleccionar entre dos ofertas para la adquisición de una maquinaria. Los costos de las máquinas son:

	Máquina Automática	Máquina Manual
Costo inicial de inversión	850.000	300.000
Costo anual de operación	170.000	300.000
Valor de salvamento	250.000	0
Vida útil del proyecto	6	4

Tasa de interés = 12%
Responda de acuerdo al siguiente orden:
a) Escriba la ecuación correspondiente de CAUE.
b) Evalúe el CAUE de la primera alternativa.
c) Evalúe el CAUE de la segunda alternativa.
d) Indique cual es la mejor alternativa, en base al CAUE.

Solución:
a) Ecuación del valor presente de salvamento:
CAUE= [P - VS (P/F,i%,n)] (A/P,i%, n) + A_1
b) Máquina Automática:
CAUE = [850.000 - 250.000 (0,5066)] (0,24323) + 170.000 = 345.940
c) Máquina Manual:
CAUE = [300.000 - 0 (0,6355)] (0,32923) + 300.000 = 398.769
d) Se selecciona la máquina Automática , pues tiene un CAUE menor.

3.8 Una institución educativa proyecta hacer una inversión de Bs. 150.000.000 para implantar nuevos métodos de enseñanza.
Se piensa que estos nuevos métodos tendrán una vigencia de 10 años, y se estima producirán ahorros de Bs. 50.000.000 anuales en sueldos de profesores, gastos de mantenimiento, etc.
De hacer esta inversión, la institución tendría que contratar especialistas a un costo de Bs. 20.000.000 anuales.
Utilice el método beneficio/costo, para determinar si se debe hacer la inversión. Utilice una tasa de interés del 6% anual.

Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo , hay que calcular los beneficios, los desbeneficios y los costos.
Beneficios = 50 millones anuales .
Desbeneficios = 20 millones anuales
Costos = 150 (A| P,6%,10)= 150 (0,13587)= 20,38 millones anuales

$B|C = \frac{50-20}{20,38} = 1,47 > 1 \Rightarrow$ Conviene hacer la inversión.

3.9 El Ministerio de Comunicaciones está considerando la factibilidad de construir una vía rural para conectar dos pueblos cercanos .
El costo inicial del proyecto es de Bs. 1.000 millones , con costos anuales de inspección y mantenimiento por un valor de Bs. 30 millones .
Se estima que la menor distancia entre ambos pueblos reducirá el consumo de combustible al transporte público de Bs. 90 millones anuales que es la actualidad, a Bs. 50 millones anuales después de terminada la vía.
Por concepto de peaje , se estiman ingresos de Bs. 100 millones anuales.
Utilice el método beneficio/costo, para determinar si se debe construir la vía. Suponga una duración infinita y una tasa de interés del 10% anual.
Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo, hay que calcular los beneficios, los desbeneficios y los costos.
Beneficios = 100 + (90 – 50) = 140 millones anuales .
Desbeneficios = 0
Costos = 1.000 (0,10) + 30 = 130 millones anuales

$B/C = \frac{140}{130} = 1,08 > 1 \Rightarrow$ Conviene hacer la vía.

3.10 Existen dos alternativas para el trazado de una nueva autopista, por el norte o por el sur del centro de una ciudad.
Los costos en millardos de bolívares para cada alternativa, se dan a continuación:

	Ruta Norte	Ruta Sur
Costo Inicial	10.000	15.000
Costo Anual de mantenimiento	35	55

Costo Anual del Usuario 450 200

Si se supone que la duración de la autopista será de 30 años, sin valor de salvamento,¿qué ruta debe elegirse sobre la base de un análisis beneficio / costo, a una tasa de interés del 5%? .

Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo , hay que calcular en primer lugar, el CAUE para cada alternativa:

$C.A.U.E_N = 10.000\ (A|P,5\%,30) + 35 = 10.000\ (0,06505)+35 = 685,50$

$C.A.U.E_S = 15.000\ (A|P,5\%,30) + 55 = 15.000\ (0,06505)+35 = 1.030,75$

La alternativa “Sur” resulta mas costosa, pues requiere una inversión incremental de 1.030,75 – 685,50 = 345,25 anuales

Beneficios de la Ruta Sur = 450 - 250 = 250 anuales

$$B|C = \frac{250}{345,25} = 0,724 < 1 \Rightarrow \text{Conviene la Ruta Norte}$$

3.11 El Ministerio de Agricultura y Cría está analizando un proyecto para construir unos sistemas de riego en una zona árida.

El costo inicial del proyecto se estima en Bs. 1.500 millones, y los costos anuales de mantenimiento en Bs. 25 millones.

La renta proveniente de la agricultura se estima en Bs. 175 millones anuales.

Haga un análisis de Beneficio / Costo, para determinar si se debe adelantar el proyecto, utilizando un período de estudio de 20 años, y una tasa de interés del 6% anual.

Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo , hay que calcular los beneficios, los desbeneficios y los costos.

Beneficios = 175 millones anuales .

Desbeneficios = 0

$Costos = 25 + 1.500\ (A|P, 6\%,20) = 25 + 1.500\ (0,08718) =$

155,77 millones anuales

$$B/C = \frac{175}{155,77} = 1,12 > 1 \Rightarrow \text{conviene hacer el sistema de riego.}$$

3.12 El Ministerio de Agricultura y Cría está considerando la factibilidad de construir unos canales de irrigación para unos sembradíos.

El costo inicial del proyecto se estima en Bs. 1.500 Millones , con un costo anual de mantenimiento por Bs. 25 millones , mientras que la renta proveniente de la Agricultura se estima en Bs.175 Millones al año.

Considerando una vida de 20 años, y una tasa de interés del 6% anual, haga un estudio de Beneficio / Costo, para determinar si se debe ejecutar el proyecto.

Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo, hay que calcular los beneficios, los desbeneficios y los costos.

Beneficios = 175 millones anuales .

Desbeneficios = 0
Costos = 25 + 1500 (A| P , 6% , 20) = 25 + 1500 (0,08718) =
155,77 millones anuales

$B/C = \frac{175}{155,77}$ = 1,12 > 1 $\Rightarrow$ Conviene hacer la inversión

3.13 Una empresa de servicio público está considerando la factibilidad de construir una pequeña presa para controlar las inundaciones de un arroyo.
El costo inicial del proyecto es de Bs. 2.200 millones , con costos anuales de inspección y mantenimiento por un valor de Bs. 10 millones .
Además se requerirán de algunas obras menores cada 15 años por un valor de Bs. 65 millones.
Se estima que el perjuicio ocasionado por las inundaciones se reducirá de Bs. 90 millones anuales que es en la actualidad a Bs. 10 millones anuales después de terminada la obra.
Utilice el método beneficio/costo, para determinar si se debe construir la presa. Suponga una duración infinita y una tasa de interés del 12% anual.

Solución : Para hacer el análisis por el método beneficio/costo , hay que calcular los beneficios, los desbeneficios y los costos.
Beneficios = 90 – 10 = 80 millones anuales .
Desbeneficios = 0
Costos = 2.200 (0,12) + 10 + 65 (A| F,12%,15)= 275,74 anuales

$B/C = \frac{80}{275,74}$ = 0,29 < 1 $\Rightarrow$ no conviene hacer la presa.

3.14 Una industria alimenticia debe decidir la compra de una máquina, y dispone de dos ofertas cuyas condiciones se detallan a continuación:

	Oferta 1	Oferta 2
Costo Inicial	4.500.000	7.800.000
Costo Anual de Operación	210.000	300.000
Valor de salvamento	0	1.500.000
Vida Util (años)	4	6

Utilice el método de "Costo Anual Uniforme Equivalente" , para decidir cual de las dos máquinas es más conveniente. Asuma i=15 %.

Solución:
$C.A.U.E_1$ = 4.500.000 (A/P,15%,4) + 210.000 =
4.500.000 (0.35027) + 210.000 = **1.786.215,00**

$C.A.U.E_2$ = 7.800.000 (A/P,15%,6) + 300.000 - 1.500.000 (A/F,15%.,6)
= 7.800.000 (0,26424) + 300.000 - 1.500.000 (0,11424) =
2.189.712,00
La oferta 1 es más conveniente, pues su C.A.U.E es menor.

UNIDAD N° 4: Tasa interna de retorno.

SINOPSIS DE CONTENIDO: Definición de tasa interna de retorno. Cálculo de la tasa interna de retorno por la ecuación de valor presente neto, y por el método del costo anual uniforme equivalente. Valores múltiples de la tasa interna de retorno.

OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular la tasa interna de retorno para una inversión, dado el respectivo flujo de caja.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

4.1 Una empresa estima que pudiera incrementar sus ventas, si tuviera una mayor capacidad de producción. De acuerdo con las estimaciones, para aumentar las ventas en Bs. 22.000.000 al año, es necesario adquirir un equipo en Bs. 30.000.000 e incurrir en costos de mano de obra, materiales prima y otros, de Bs. 17.500.000 al año. Se espera que el equipo tenga una vida de 12 años, con un valor de salvamento de Bs. 4.000.000.
Use el método del valor presente, para calcular la tasa de retorno sobre la inversión en el equipo.

Solución:

a)Se calculan los flujos de caja netos para cada año:

F(0) = - 30.000.000

F(1)= F(2)= ···=F(11)= 22.000.000 - 17.500.000 = 4.500.000

F(12) = 22.000.000 -17.500.000 + 4.000.000 = 8.500.000

b) Se plantea la ecuación del valor presente:

- 30.000.000 + 4.500.000 (P/A , i% ,11) + 8.500.000 (P/F,i%,12) = 0

c) Se realiza el tanteo para hallar "i"

Para i=10% se buscan los factores en la tabla:

- 30.000.000 + 4.500.000 (6.4591) + 8.500.000 (0.3186) = 1.774.050

Para i=12%

- 30.000.000 + 4.500.000 (5.9377) + 8.500.0000(0.2567) = -1.098.400

Al producirse el cambio de signo, se hace la interpolación:

Interés	Valor Presente Neto
10%	1.774.050
T.I.R	0
12%	- 1.098.400

T.I.R = 10% + $\frac{1.774.050}{1.774.050 + 1.098.400}(12\% - 10\%)$ = **11.24%**

4.2 Un inversionista compró un terreno en Bs. 12.000.000.
Durante el primer año gastó Bs. 1.500.000 en movimientos de tierra, durante el segundo año Bs. 2.000.000 en mejoras, y en el tercero Bs. 2.500.000 .
Además tuvo que pagar Bs. 500.000 anuales por concepto de impuestos durante cada uno de estos tres años, vendiéndolo finalmente en
Bs. 30.000.000.
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -12.000.000
F(1) = -1.500.000 - 500.000 = -2.000.000
F(2) = -2.000.000 - 500.000 = -2.500.000
F(3) = 30.000.000 - 2.500.000 - 500.000 = 27.000.000

b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
0 = -12.000.000 -2.000.000 (P|F,i%,1) - 2.500.000 (P|F,i%,2) + 27.000.000 (P|F,i%,3)

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 20.65 %**

4.3 Un inversionista compró un inmueble en Bs. 80.000.000.
Durante el primer año gastó Bs. 15.000.000 en remodelarlo, durante el segundo año Bs. 2.000.000 en mantenerlo, y en el tercero Bs. 3.000.000 en impuestos.
Al final del tercer año lo vendió en Bs. 140.000.000
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja para cada año:
F(0) = -80.000.000
F(1) = -15.000.000
F(2) = -2.000.000
F(3) = 140.000.000 - 3.000.000 =137.000.000

b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
-80.000.000 -15.000.000 (P|F,i%,1) - 2.000.000 (P|F,i%,2) + 137.000.000 (P|F,i%,3) = 0

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 13,05 %**

4.4 Un inversionista compró una caja vieja en Bs. 2.500.000 , con la idea de hacerle mejoras y luego venderla para negocio .
En el primer año gastó Bs. 500.000 en las mejoras , en el segundo año Bs. 100.000, y en el tercero Bs. 80.000 . Además tuvo que pagar Bs. 50.000 anuales

por concepto de impuesto durante cada uno de estos tres años, vendiéndola finalmente en Bs. 3.500.000.
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -2.500.000
F(1) = -500.000 - 50.000 = -550.000
F(2) = -100.000 - 50.000 = -150.000
F(3) = 3.500.000 - 80.000 - 50.000 = 3.370.000

b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
0 = -2.500.000 -550.000 (P|F,i%,1) - 150.000 (P|F,i%,2) + 3.370.000 (P|F,i%,3)

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 1.91 %**

4.5 Un industrial compra una fábrica por Bs. 5.000.000, la cual produce durante 5 años ingresos anuales de Bs. 2.000.000 por año, con costos totales de Bs. 1.200.000 por año. Esta fábrica es vendida en Bs. 4.000.000 al final del año 5. Calcule la tasa de retorno de la inversión, usando el método del valor presente.
Para la interpolación use i= 10% e i= 20% .
Siga los siguientes pasos:
a) Hacer los flujos de caja netos de cada año.
b) Plantear la ecuación de la tasa de retorno, en la cual el valor presente es igual a cero.
c) Hacer la interpolación, y calcular "i".
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -5.000.000
F(1) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(2) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(3) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(4) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(5) = 4.000.000 + 2.000.000 - 1.200.000 = 4.800.000
b) Se plantea la ecuación del valor presente:
- 5.000.000 + 800.000 (P/A,i%,4) + 4.800.000 (P/F,i%,5) = 0
c) Se realiza el tanteo para hallar "i"
Para i=10% se buscan los factores en la tabla:
- 5.000.000 + 800.000 (3,1698) + 4.800.000 (0,6209) = 516.160
Para i=20%
- 5.000.000 + 800.000 (2,5887) + 4.800.000 (0,4019) = - 999.920

Al producirse el cambio de signo, se hace la interpolación:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{516.160 - 0}{516.160 - (-999.920)} = \frac{10 - i}{10 - 20} \Rightarrow 10 - i = \frac{516.160\ (10 - 20)}{516.160\ +\ 999.920}$$

De donde : **i = 13.40 %**

4.6 Un inversionista compra un portafolio de acciones por Bs. 15.000.000, el cual le produce dividendos por Bs. 2.000.000 el primer año, y por Bs. 3.000.000 el segundo año. Al final del segundo año lo vende por Bs. 20.000.000 .
Calcule la tasa de retorno de la inversión, usando el método del valor presente.
Solución: Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -15.000.000
F(1) = 2.000.000
F(2) = 3.000.000 + 20.000.000 = 23.000.000

La ecuación de valor presente es :
- 15.000.000 + 2.000.000 (P| F, i%,1) + 23.000.000 (P| F, i%,2) = 0

Al realizar el tanteo para obtener “i” , se obtiene : **i = 30.67 %**

4.7 Un inversionista compró un inmueble en Bs. 38.000.000 , con la idea de hacerle mejoras y luego venderlo .
En el primer año gastó Bs. 6.000.000 en las mejoras , en el segundo año Bs. 2.000.000, y en el tercero Bs. 1.000.000 .
Además tuvo que pagar Bs. 500.000 anuales por concepto de impuesto durante cada uno de estos tres años, vendiéndolo finalmente en Bs. 60.000.000 al final del año 3.
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = - 38.000.000
F(1) = - 6.000.000 - 500.000 = -6.500.000
F(2) = -2.000.000 - 500.000 = -2.500.000
F(3) = 60.000.000 – 1.000.000 - 500.000 = 58.500.000

b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
0 = -38.000.000 -6.500.000 (P|F,i%,1) – 2.500.000 (P|F,i%,2) + 58.500.000 (P|F,i%,3)

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 8.23 %**

4.8 Un industrial tiene un proyecto para el que se necesita de una inversión inicial de Bs. 18. 00.000, y de Bs. 10.000.000 dentro de cuatro años.

Desde el primer año hasta el tercero se estima obtener ingresos por Bs. 5.000.000 cada año.
En el quinto año los ingresos se estiman en Bs. 15.000.000, y en el sexto año de Bs. 17.000.000.
Para esas mismas fechas, hay que efectuar pagos por Bs. 8.000.000 en el quinto año, y por 5.000.000 en el sexto año.
Calcule la tasa interna de retorno para este proyecto, usando el método del valor presente.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = - 18.000.000
F(1) = F(2) = F(3) = 5.000.000
F(4) = -10.000.000
F(5) = 15.000.000 – 8.000.000 = 7.000.000
F(6) = 17.000.000 – 5.000.000 = 12.000.000

b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
-18.000.000 + 5.000.000 (P|F,i%,3) – 10.000.000 (P|F,i%,4) +
7.000.000 (P|F,i%,5) + 12.000.000 (P|F,i%,6) = 0

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 7.77 %**

4.9 Un inversionista compró en la Bolsa de Valores un título financiero en Bs. 800.000 .
En el primer año obtuvo Bs. 60.000 por concepto de dividendos, el segundo año Bs. 100.000, y el tercero otros Bs. 100.000 .
Al final del tercer año lo vendió en Bs. 1.000.000
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = - 800.000
F(1)= 60.000
F(2) = 100.000
F(3) = 100.000 + 1.000.000 = 1.100.000
b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
-800.000 + 60.000 (P| F, i%,1) + 100.000 (P| F, i % ,2) + 1.100.000 (P|F,i%,3) = 0

c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 17.58 %**

4.10 Una empresa estima que pudiera incrementar sus ventas, si tuviera una mayor capacidad de producción.
De acuerdo con las estimaciones, para aumentar las ventas en Bs. 40.000.000 al año, es necesario adquirir un equipo en Bs. 70.000.000 e incurrir en costos de mano de obra, materia prima y otros, por Bs. 25.000.000 al año.

Se espera que el equipo tenga una vida de 10 años, con un valor de salvamento de Bs. 5.000.000.
Use el método del valor presente, para calcular la tasa de retorno sobre la inversión en el equipo.
Solución:
a)Se calculan los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = - 70.000.000
F(1)= F(2)= ···=F(9)= 40.000.000 – 25.000.000 = 15.000.000
F(10) = 40.000.000 -25.000.000 + 5.000.000 = 20.000.000

c) Se plantea la ecuación del valor presente:
- 70.000.000 + 15.000.000 (P/A , i% ,9) + 20.000.000 (P/F,i%,10) = 0

d) Se realiza el tanteo para hallar "i", y se encuentra: i = 17,35 %

4.11 Un inversionista compra un vehículo de alquiler por Bs. 5.000.000, el cual produce durante 5 años ingresos anuales de Bs. 2.000.000 por año, con costos totales de Bs. 1.200.000 por año.
Este vehículo es vendido en Bs. 4.000.000 al final del año 5. Calcule la tasa de retorno de la inversión, usando el método del valor presente.
Para la interpolación use i= 10% e i= 20% .
Siga los siguientes pasos:
a) Hacer los flujos de caja netos de cada año.
b) Plantear la ecuación de la tasa de retorno, en la cual el valor presente es igual a cero.
c) Hacer la interpolación, y calcular "i".
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -5.000.000
F(1) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(2) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(3) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(4) = 2.000.000 - 1.200.000 = 800.000
F(5) = 4.000.000 + 2.000.000 - 1.200.000 = 4.800.000
b) Se plantea la ecuación del valor presente:
- 5.000.000 + 800.000 (P/A,i%,4) + 4.800.000 (P/F,i%,5) = 0
c) Se realiza el tanteo para hallar "i"
Para i=10% se buscan los factores en la tabla:
- 5.000.000 + 800.000 (3,1698) + 4.800.000 (0,6209) = 516.160
Para i=20%
- 5.000.000 + 800.000 (2,5887) + 4.800.000 (0,4019) = - 999.920

Al producirse el cambio de signo, se hace la interpolación:

____	-999.920	20 %	____

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{516.160 - 0}{516.160 - (-999.920)} = \frac{10 - i}{10 - 20} \Rightarrow 10 - i = \frac{516.160\ (10 - 20)}{516.160\ +\ 999.920}$$

De donde : **i = 13.40 %**

4.12 Un inversionista compró un inmueble en Bs. 40.000.000, lo alquiló durante tres años recibiendo un arrendamiento de Bs. 2.000.000 anuales, y al final del año 3 lo vendió en Bs. 50.000.000.
Calcule la tasa de retorno que este inversionista obtuvo sobre su inversión.
Solución:
a) Se establecen los flujos de caja netos para cada año:
F(0) = -40.000.000
F(1) = 2.000.000
F(2) = 2.000.000
F(3) = 50.000.000 + 2.000.000 = 52.000.000
b) Se establece la ecuación de la tasa de retorno, correspondiente al valor presente:
-40.000.000 + 2.000.000 (P|A,i%,2) + 52.000.000 (P|F,i%,2) = 0
c) Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 11 %**

UNIDAD N° 5: Análisis de reemplazo

SINOPSIS DE CONTENIDO: Análisis de costo mínimo de vida útil .Método del defensor-retador.
OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular el costo mínimo de vida útil para un activo, y determinar el momento en que resulta económicamente conveniente su reemplazo.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

5.1 Una máquina cuesta Bs. 5.000.000 , y tiene una vida útil esperada de 8 años . Los costos de operación y mantenimiento estimados durante esos 8 años , así como su valor de rescate , se presentan en la siguiente tabla:

Año	Operación	Mantenimiento	Rescate
1	500.000	100.000	4.500.000
2	600.000	200.000	4.000.000
3	700.000	300.000	3.500.000
4	800.000	400.000	3.000.000
5	900.000	500.000	2.500.000
6	1.000.000	600.000	2.000.000
7	1.100.000	700.000	1.500.000
8	1.200.000	800.000	1.000.000

Halle la duración que proporciona el mínimo costo durante su vida útil .
Utilice i=12% .

Solución: Hay que calcular el C.A.U.E , para las diferentes duraciones , mediante la expresión:

$$C.A.U.E_k = P\,(A|P,i\%,k) - V.S_k\,(A|F,i\%,k) + \left[\sum_{j=1}^{j=k} C.A.O_j\,(P|F,i\%,j)\right](A|P,i\%,k)$$

En este caso, como los costos de operación y mantenimiento tienen la estructura de gradiente, también es posible calcular el C.A.U.E , mediante su empleo.
Al hacer los cálculos para las diferentes duraciones: k = 1,2,3.....,8 se obtiene:

Año	C.A.U.E
1	1.700.000,00
2	1.766.037,74
3	1.829.445,24
4	1.890.239.30

5	1.948.443,23
6	2.004.086,64
7	2.057.205,16
8	2.107.840,15

En el año 1, es cuando se alcanza el costo mínimo de vida útil.

5.2 Un equipo tiene un valor inicial de Bs. 8.000.000 , y tiene una vida útil estimada de 5 años . Los costos de operación y mantenimiento estimados durante esos 5 años , así como su valor de rescate , se presentan en la siguiente tabla:

Año	Costos de Operación	Mantenimiento	Valor de Rescate
1	300.000	500.000	5.000.000
2	600.000	1.000.000	4.000.000
3	900.000	1.500.000	3.000.000
4	1.200.000	2.000.000	2.000.000
5	1.500.000	2.500.000	1.000.000

Halle la duración que proporciona el mínimo costo durante su vida útil . Utilice i = 8% .

Solución: Hay que calcular el C.A.U.E , para las diferentes duraciones , mediante la expresión:

$$C.A.U.E_k = P\,(A|P, i\%, k) - V.S_k\,(A|F, i\%, k) + \sum_{j=1}^{j=k}\left[(C.A.O)_j(P|F,i\%,j)\right](A|P,i\%,k)$$

El Costo Total Anual (CTA) es la suma entre el Costo de Operación y el de Mantenimiento :

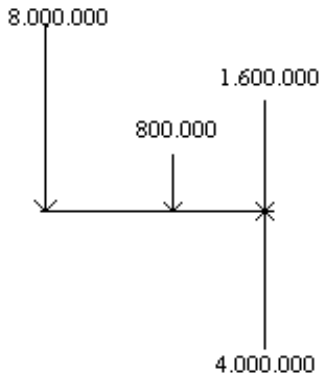
Año	Costos de Operación	Mantenimiento	Costo Total
1	300.000	500.000	800.000
2	600.000	1.000.000	1.600.000
3	900.000	1.500.000	2.400.000
4	1.200.000	2.000.000	3.200.000
5	1.500.000	2.500.000	4.000.000

El Costo Anual Uniforme Equivalente para un año de tenencia del equipo es:

$C.A.U.E_1 = 8.000.000\,(A|P,8\%,1) - 5.000.000\,(A|F, 8\%,1) + 800.000 =$

$C.A.U.E_1 = 8.000.000\,(1,0800) - 5.000.000\,(1.000) + 800.000 = 4.440.000$

Para dos años de tenencia del equipo , el diagrama de flujo de caja es:



C.A.U.E $_2$ = [8.000.000 +800.000 (P|F,8%,1) - (4.000.000-1.600.000) (P|F,8%,2)] (A|P,8%,2) =
C.A.U.E $_2$ = [8.000.000 +800.000 (0.9259) - (4.000.000-1.600.000) (0.8573)] (0.56077) = **3.747.738,06**

Repitiendo estos cálculos para los años sucesivos, se obtienen los siguientes resultados:

Duración (Años)	C.A.U.E
1	4.440.000,00
2	3.747.738,06
3	**3.739.162,15**
4	3.894.692,65
5	4.110.372,45

De la tabla se deduce que la duración que proporciona mínimo costo anual es 3 años.

5.3 Una industria tiene actualmente un activo al cual le restan aún dos años de vida a un Costo Anual Uniforme Equivalente de Bs. 800.000 .
Utilice el método del Defensor - Retador , para analizar la conveniencia de sustituir este activo por otro , cuyo costo de adquisición es de Bs. 1.500.000 , con una vida estimada de ocho años , valor de salvamento por Bs. 250.000 , y costos de operación por Bs. 300.000 anuales durante los primeros cuatro años , y de Bs.500.000 anuales durante los últimos cuatro años. Asuma i = 7% anual .

Solución:
Debe calcularse el C.A.U.E para el Retador:
C.A.U.E $_R$ = 1.500.000 (A/P, 7%,8) - 250.000 (A/F ,7%,8)
+ [300.000 (P/A ,7%,4) + 500.000 (P/A ,7%,4) (P/F ,7%,4)] (A/P ,7%,8)

C.A.U.E $_R$ = 1.500.000 (0,16747) - 250.000 (0.09747)
+ [300.000 (3.3872) + 500.000 (3.3872) (0.7629)] (0.16747) = **613.393,00**

Para el defensor : C.A.U.E $_D$ = 800.000

Debido a que el C.A.U.E del retador 613.393,00 es menor que el CAUE del defensor 800.000 . Se recomienda el reemplazo.

5.4 Se realiza un estudio de reemplazo sobre el equipo de prensado de una lavandería industrial . El activo retador tiene un C.A.U.E = 600.000 , calculado para su vida útil anticipada de 10 años . Una cuidadosa colección de información sobre el defensor , ha dado como resultado que su valor actual de canje se estima en Bs. 400.000 , y los siguientes costos anuales de operación proyectados (CAO) con sus respectivos valores comerciales de canje durante los próximos cinco años, después de los cuales el equipo actualmente poseído deberá reemplazarse :

Años adicionales de retención	CAO	Valor de canje
1	300.000	280.000
2	350.000	220.000
3	400.000	150.000
4	450.000	50.000
5	500.000	0

Haga un análisis de reemplazo para un año adicional, a una tasa de interés del 16%, y determine cuantos años mas debe mantenerse este activo antes de su reemplazo por el retador .

Solución: $CAUE_R = 600.000$

$$CAUE_D = P\,(A/P,i\%,n) - VS\,(A/F,i\%,n) + \sum_{j=1}^{j=n}\left[(C.A.O)_j(P|F,i\%,j)\right](A|P,i\%,n) =$$

Para hacer el análisis de reemplazo , para el próximo año hay que calcular el costo de retener el defensor por un año adicional , aplicando la ecuación anterior para n=1 .

$CAUE_D = 400.000\,(1.16) - 280.000\,(1.0000) + 300.000 = 484.000$

Como 484.000 < 600.000 , se concluye que conviene retener el activo por un año adicional .

Para determinar el momento conveniente del reemplazo, hay que evaluar la ecuación para n= 2 , 3 ,4 y 5 , obteniéndose :

Años adicionales	CAO	Valor de canje	C.A.U.E Defensor
1	300.000	280.000	484.000,00
2	350.000	220.000	470.481,48
3	400.000	150.000	480.385,21
4	450.000	50.000	498.862,44
5	500.000	0	507.461,59

Como el C.A.U.E del defensor es siempre menor durante sus 5 años de vida restantes que el C.A.U.E del retador , la decisión es retener al defensor hasta el fin de su vida útil , es decir por los 5 años restantes .

5.5 Una máquina tiene un costo de Bs. 4.000.000 , y una vida esperada de 6 años. Sus costos de operación y mantenimiento estimados, así como su valor de salvamento durante ese lapso, se dan a continuación:

AÑO	Operación y Mantenimiento	Salvamento
1	350.000	2.500.000
2	400.000	2.500.000
3	450.000	2.000.000
4	500.000	1.200.000
5	550.000	500.000
6	600.000	0

A una tasa de interés de 10% , encuentre la duración que da mínimo costo total.

Solución: Hay que determinar el Costo Total para cada año, mediante la expresión:

$$CAUE_k = P\,(A/P,i\%,k) - VS_k\,(A/F,i\%,k) + \sum_{j=1}^{j=k}\left[(C.A.O)_j(P|F,i\%,j)\right](A|P,i\%,k)$$

Los resultados que se obtienen al hacer los cálculos son:

AÑO	Costo Anual Uniforme Equivalente
1	2.250.000,00
2	1.488.095,24
3	1.401.057,40
4	1.422.376,64
5	1.413.797,48
6	**1.379.607,38**

Como el costo total mínimo se alcanza en el año 6, se concluye que la vida útil óptima para esta maquinaria es de 6 años.

5.6 Una industria tiene actualmente una máquina en uso, a la que estima aún le quedan 3 años de vida.

Los costos estimados de operación y mantenimiento para esta máquina son de Bs. 2.000.000 para el primer año, Bs. 2.700.000 para el segundo año, y de Bs. 3.400.000 para el tercero, sin valor de salvamento.

Se plantea la posibilidad de sustituirla por otra máquina nueva, con un valor inicial de Bs. 12.000.000, una vida de 10 años, costos anuales de operación y mantenimiento por Bs. 1.000.000, y un valor de salvamento de Bs. 3.000.000.

Utilice el método del defensor – retador con i = 10 % , para determinar el precio mínimo al que debería ser vendida la maquina en uso, para que sea conveniente el reemplazo.

Solución: Hay que calcular el C.A.U.E para el retador:

$C.A.U.E_R$ = 12.000.000 (A|P,10%,10) – 3.000.000(A|F,10%,10) + 1.000.000

= 12.000.000 (0,16275) – 3.000.000(0,06275) + 1.000.000 = 2.764.750,00

El C.A.U.E del defensor es :

$C.A.U.E_D$ =[P + 2.000.000 (P|F,10%,1) + 2.700.000(P|F,10%,2) + 3.400.000 (P|F,10%,3)] (A|P,10%,3)

= [P + 2.000.000 (0,9091) + 2.700.000 (0,8264) + 3.400.000 (0,7513)] (0,40211)

$C.A.U.E_D$ = 0.40211 P + 2.655.494,23

El reemplazo es conveniente cuando $C.A.U.E_R < C.A.U.E_D$, y por lo tanto

$2.764.750,00 < 0.40211\ P + 2.655.494,23 \Rightarrow P > 271.706,17$
En conclusión: La máquina en uso debe ser vendida en más de **Bs. 271.706,17** para que sea económicamente conveniente el reemplazo.

5.7 Una empresa de festejos ha venido incurriendo en costos anuales de Bs. 2.000.000, por la compra de hielo, y esta interesada en analizar la conveniencia de comprar una máquina para fabricar hielo, cuyo costo es de Bs. 9.500.000,con un valor de salvamento de Bs. 3.500.000,al final de una vida útil de 5 años. Los costos anuales de operación y mantenimiento se estiman en Bs. 500.000 . Utilizando una tasa de interés del 20% anual, indique si se debe comprar o no, la máquina de fabricar hielo.
Solución:
El costo anual de la compra es de Bs. 2.000.000
Debe calcularse ahora el CAUE para la alternativa de comprar la máquina de fabricar hielo, utilizando una de las dos siguientes expresiones:
C.A.U.E = P (A/P,i%,n) - VS (A/F,i%,n) + A_1
ó: C.A.U.E = (P-VS) (A/P,i%,n) + (VS) i + A_1
Para la máquina: P= 9.500.000 VS=3.500.000 n= 5 años A_1= 500.000
Sustituyendo en la primera formula se obtiene:
C.A.U.E = 9.500.000 (O,33438) - 3.500.000 (0,13438) + 500.000 = **3.206.280,00**
o, sustituyendo en la segunda fórmula:
C.A.U.E = (9.500.000 - 3.500.000) (0,33438) + 3.500.000 (0,20) + 500.000=
3.206.280,00
Debido a que el CAUE de la máquina (retador) 3.206.280 es mayor que el CAUE del defensor (comprar el hielo) 2.000.000,00 , no se recomienda su compra.

5.8 Una máquina cuesta Bs. 10.000.000 , y tiene una vida útil esperada de 8 años. Los costos de operación y mantenimiento estimados durante esos 8 años , así como su valor de rescate , se presentan en la siguiente tabla:

Año	Operación	Mantenimiento	Rescate
1	1.000.000	200.000	9.000.000
2	1.200.000	400.000	8.000.000
3	1.400.000	600.000	7.000.000
4	1.600.000	800.000	6.000.000
5	1.800.000	1.000.000	5.000.000
6	2.000.000	1. 200.000	4.000.000
7	2.200.000	1.400.000	3.000.000
8	2.400.000	1.600.000	2.000.000

¿En qué año debe plantearse la conveniencia de reemplazar el activo, por haber alcanzado su costo mínimo de vida útil? . Utilice i =12% .
Solución: Hay que calcular el C.A.U.E , para las diferentes duraciones , mediante la expresión:

$$C.A.U.E_k = P\,(A|P,i\%,k) - V.S_k\,(A|F,i\%,k) + \sum_{j=1}^{j=k}\left[(C.A.O)_j(P|F,i\%,j)\right](A|P,i\%,k)$$

En este caso, como los costos de operación y mantenimiento tienen la estructura de gradiente, también es posible calcular el C.A.U.E , mediante su empleo.
Al hacer los cálculos para las diferentes duraciones: k = 1,2,3.....,8 se obtiene:

Año	C.A.U.E
1	3.400.000,00
2	3.532.075,47
3	3.658.890,47
4	3.780.478,59
5	3.896.886,46
6	4.008.173,28
7	4.114.410,31
8	4.215.680,29

En el año 1, es cuando se alcanza el costo mínimo de vida útil.

5.9 Una empresa ha sido propietaria de un equipo "A" durante los últimos dos años, y su costo anual uniforme equivalente ha sido de Bs. 4.500.
Utilice el método del defensor-retador , para analizar la conveniencia de sustituir dicho equipo, por otro equipo "B", cuyo precio es de Bs. 25.000, con un costo anual de operación por Bs. 680, y con un valor de rescate de Bs. 4.000 al final de una vida de cinco años. Use una tasa de interés anual del 15%.

Solución:
Debe calcularse el CAUE para la alternativa de reemplazar, aplicando una de las dos siguientes expresiones:
C.A.U.E = P (A/P,i%,n) - VS (A/F,i%,n) + A_1
ó: C.A.U.E = (P-VS) (A/P,i%,n) + (VS) i + A_1
Para el retador: P= 25.000 VS=4.000 n= 5 años A_1= 680 i=15%

Sustituyendo en la primera formula se obtiene:
C.A.U.E $_B$ = 25.000 (O,29832) - 4.000 (0,14832) + 680 =
7458,00 - 593,28 + 680,00 = **7.544,72**

o, sustituyendo en la segunda fórmula:
C.A.U.E = (25.000 - 4.000) (0,29832) + 4.000 (0,15) + 680=
6.264,72+ 375,00 + 600,00 + 680,00= **7.544,72**

Para el defensor : $CAUE_A$ = 4.500
Debido a que el CAUE del retador 7.544,72 es mayor que el CAUE del defensor 4.500,00 ,no se recomienda el reemplazo.

UNIDAD N° 6: Análisis de equilibrio.

SINOPSIS DE CONTENIDO: Concepto y determinación del punto de equilibrio para una alternativa. Período de recuperación del capital. Cálculo del punto de equilibrio entre dos o más alternativas.
OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular el período de recuperación de una inversión, y el punto de equilibrio para una alternativa, o entre dos o más alternativas.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

6.1 Para producir un artículo es necesario hacer las siguientes inversiones.

- Comprar una máquina que cuesta hoy Bs. 10.000.000 , y cuya vida se estima en 5 años .
- Alquilar un local cuyo canon de arrendamiento es de Bs. 8.000.000 anuales .
- Contratar un personal fijo , a un costo e Bs. 15.000.000 anuales.
- Hacer una inversión en publicidad por Bs. 5.000.000 anuales.

Además , durante el proceso de producción se incurren en los siguientes costos:

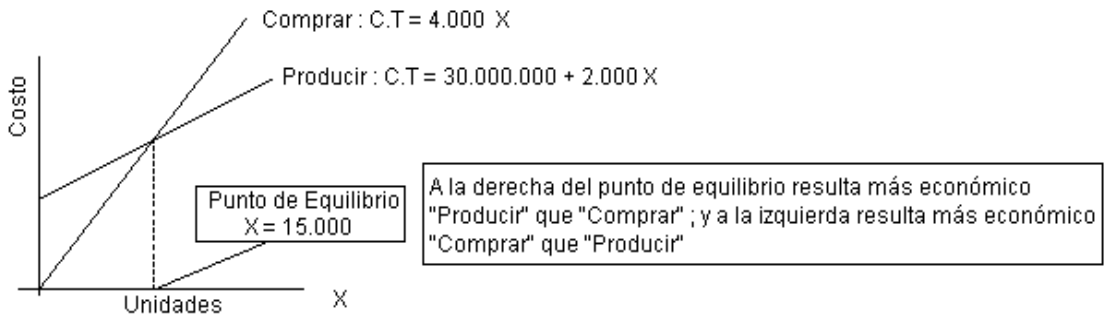
- Materia prima a razón de Bs. 1.200 por cada unidad del artículo que se vaya a producir.
- Energía a razón de Bs. 800 por cada unidad del articulo que se vaya a producir .

Otra alternativa es comprar el artículo ya manufacturado, a un precio de Bs. 4.000 por unidad.
a) Encuentre el punto de equilibrio entre las dos alternativas , e interprete el resultado.
b) Si los requerimientos anuales son de 20.000 unidades , ¿ cual alternativa es más económica : producirlo o comprarlo ? .

Solución: Hay que clasificar los costos en fijos y variables.
Costos Fijos = Depreciación + Personal +Alquiler +Publicidad.

Depreciación = $\frac{10.000.000}{5}$ = Bs. 2.000.000 anuales

Costos Fijos = 2.000.000 + 8.000.000 +15.000.000 + 5.000.000 = Bs. 30.000.000 anuales
Costos Variables = 1200 + 800= 2.000 Bs./unidad.
El costo total de la alternativa “Producir” es : $C.T_1 = 2.000\ X + 30.000.000$; mientras que el de la alternativa “Comprar” es : $C.T_2 = 4.000\ X$.



Para hallar el punto de equilibrio, se resuelve la ecuación:

$$2.000\ X + 30.000.000 = 4.000\ X$$

cuya solución es : **X = 15.000** .

b) Para un requerimiento de 20.000 unidades anuales , conviene mas “Producir” .

6.2 Una planta industrial necesita los envoltorios para su producto, y está considerando dos alternativas:

Alternativa 1 : Comprarle los envoltorios a un tercero, a un precio de Bs. 2 por unidad.

Alternativa 2: Producir ella misma sus propios envoltorios, para lo que necesita comprar una máquina que cuesta Bs. 2.000.000, con una vida útil de 8 años sin valor de salvamento, y que además requiere de unos costos de operación por mano de obra y mantenimiento, de Bs. 520.000 anuales. El costo variable unitario por materia prima se estima en Bs. 0,50 por unidad .

A una tasa de interés el 15 % anual, determine el punto de equilibrio entre las dos alternativas, es decir, ¿cuantos envoltorios como mínimo deben producirse al año, para que resulte más económica la alternativa de producirlos , que la de comprarlos?.

Solución: El costo fijo anual de la alternativa "Comprar" es nulo; mientras que el costo fijo anual de la alternativa "Producir" es:

$C.F_2 = 2.000.000\ (\ A|P\ ,\ 15\%\ ,8) + 520.000 = 2.000.000\ (\ 0.22285\ ) + 520.000$

$= 965.700$ Bs/año

El Costo Total por producir "x" unidades al año, bajo cada una de las dos alternativas es:

$C.T_1 = 2x$

$C.T_2 = 965.700 + 0.50\ x$

y por tanto, el punto de equilibrio entre las dos alternativas se obtiene igualando las dos expresiones de costo: $2x = 965.700 + 0{,}50\ x$.

De donde: $1{,}50\ x = 965.700 \Rightarrow$ **x = 643.800** envoltorios al año .

6.3 Para producir un artículo existen dos posibles procesos: Uno manual y otro automático.

En el proceso manual se incurren en unos costos fijos por mano de obra y gastos generales de Bs. 12.000.000 al año , y los costos variables son de Bs. 120 por unidad .

En el proceso automático es necesario comprar una máquina , y los costos fijos se elevan a Bs. 20.000.000 anuales , pero dada su rapidez , los costos variables se reducen a Bs. 70 por unidad.
a) Determine el punto de equilibrio entre las dos alternativas.
b) Para un nivel de producción de 400.000 unidades al año, ¿ cual de los dos procesos es más conveniente ?.

Solución: Los costos totales para cada una de las dos alternativas:
Para la manual : $C.T_1 = 12.000.000 + 120\ X$
Para la automática: $C.T_2 = 20.000.000 + 70\ X$
Igualando : $12.000.000 + 120\ X = 20.000.000 + 70\ X \Rightarrow 50\ X = 8.000.000 \Rightarrow$

X = 160.000 unidades al año

Para un nivel de producción de 400.000 unidades al año , **el proceso más conveniente es el automático** , por encontrarse a la derecha del punto de equilibrio , y ser en consecuencia más económico.

6.4 Para producir un artículo es necesario hacer las siguientes inversiones.

- Comprar una máquina que cuesta hoy Bs. 15.000.000 , y cuya vida se estima en 8 años , sin valor de salvamento .
- Alquilar un local cuyo canon de arrendamiento es de Bs. 12.000.000 anuales .
- Contratar un personal fijo , a un costo e Bs. 25.000.000 anuales.
- Hacer una inversión en publicidad por Bs. 8.000.000 anuales.

Además , durante el proceso de producción se incurren en los siguientes costos:

- Materia prima a razón de Bs. 2.000 por cada unidad del artículo que se vaya a producir.
- Energía a razón de Bs. 1.000 por cada unidad del articulo que se vaya a producir.

Se estima que la demanda anual que tendría este artículo sería de 25.000 unidades anuales .
A una tasa de interés del 20% anual , calcule el precio mínimo al cual habría que vender cada unidad de este artículo , para alcanzar el equilibrio .

Solución: Hay que clasificar los costos en fijos y variables.
Costos Fijos = Amortización + Personal +Alquiler +Publicidad.
Amortización = 15.000.000 (A|P,20%,8) = 15.000.000 (0.26061) = 3.909.150
Costos Fijos = 3.909.150 + 12.000.000 +25.000.000 + 8.000.000 =
Bs. 48.909.150 anuales
Costos Variables = 2.000 + 1.000= 3.000 Bs./unidad.
El costo total es : $C.T = 3.000\ X + 48.909.150$
El ingreso es : $I = p\ X$, siendo : p = Precio unitario de venta .
Como se estima: $X = 25.000$
Para alcanzar el punto de equilibrio, se resuelve la ecuación:
$3.000\ (25.000) + 48.909.150 = p\ (25.000)$
cuya solución es : **p = 4.956,37 Bs./unidad .**

6.5 Un ingeniero esta considerando dos métodos para el revestimiento de tanques de agua. Se puede aplicar un revestimiento bituminoso a un costo de Bs. 24.000 . Si el revestimiento se repara a los cuatro años a un costo de Bs. 8.600 , su vida útil se puede extender dos años más .
Por otra parte, se puede instalar un revestimiento plástico que tendía una vida útil de 15 años . Si la tasa de interés es del 20%. ¿ Cuanto dinero se puede gastar en el revestimiento plástico, para que los dos métodos estén en equilibrio ? .
Solución: El equilibrio se alcanza cuando ambos métodos tengan igual "Costo Anual Uniforme Equivalente " .
Para el revestimiento bituminoso, su C.A.U.E es:
C.A.U.E = 24.000 (A|P , 20% , 6) + 8.600 (P|F,20%,4) (A|P,20%,6) =
24.000 (0,30071) + 8.600 (0,4823) (0,30071) = 8.464,32
Para el revestimiento plástico: C.A.U.E = P (A|P, 20% ,15) = 0,21388 P
Igualando : 0,21388 P = 8.464,32 $\Rightarrow$ **P =39.575,09**

6.6 Una compañía de telefonía celular ofrece a sus suscriptores dos opciones de tarifas:

- Opción 1 : Una Renta Básica de Bs. 20.000 mensuales con un cupo de 30 minutos incluidos, más un pago de Bs. 100 por cada minuto adicional sobre el cupo de 30 minutos libres.
- Opción 2 : Sin Renta Básica, con un pago de Bs. 200 el minuto.

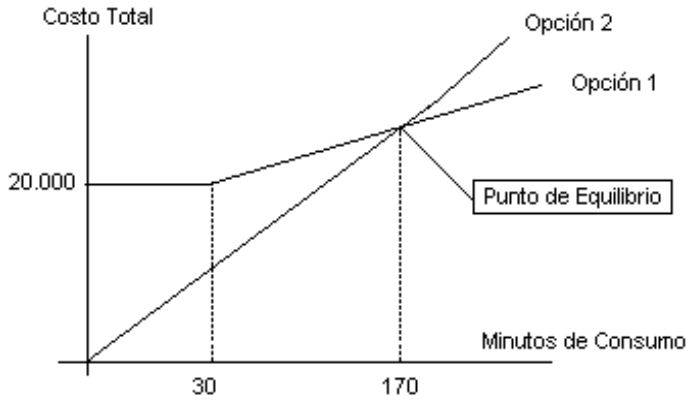
a) Encuentre el punto de equilibrio entre las dos alternativas, e interprete el resultado.
b) Si un suscriptor estima un consumo de 40 minutos mensuales, ¿ cual de las dos opciones le resulta más conveniente?.
Solución: Para un consumo de "x" minutos mensuales, el costo total de cada una de las opciones es el siguiente:

$$C.T_1 = \begin{cases} 20.000 \text{ ; si } x \leq 30 \\ 20.000 + 100(x-30) = 17.000 + 100x \text{ ; si } x > 30 \end{cases}$$

$C.T_2 = 200\ x$

El punto de equilibrio se alcanza cuando se igualan los dos costos totales:
$200\ x = 20.000 \Rightarrow x = 100$; fuera del dominio de la Renta Básica.
$200\ x = 17.000 + 100\ x \Rightarrow$ **x = 170 minutos mensuales**

Este resultado significa que para un consumo mensual inferior a 170 minutos conviene más la Opción 2 ; mientras que para un consumo mensual mayor a 170 minutos, conviene más lo Opción 1, tal como puede apreciarse en la figura:



Para un consumo de 40 minutos mensuales , conviene más la Opción 2 pues tiene menor costo.
Para x= 40 $\Rightarrow$ $C.T_2$ = 8.000 < $C.T_1$ = 21.000

6.7 Para producir un artículo es necesario comprar una máquina que tiene hoy un valor de Bs. 20.000.000 , y a la que se le estima una vida útil de 10 años , sin valor de salvamento.
Además, es preciso incurrir en unos costos fijos por mano de obra y gastos generales de Bs. 18.000.000 al año.
Los costos por concepto de materia prima y energía, se calculan en Bs. 1500 por unidad producida; y se estima que cada unidad producida puede ser vendida en Bs. 5000.
A una tasa de interés del 20% anual, determine el número mínimo de unidades que es necesario producir al año, para alcanzar el equilibrio.
Solución: Los costos fijos son:
Costos Fijos = 20.000.000 (A|P,20%,10) + 18.000.000 =
20.000.000 (0,23852) + 18.000.000 = 22.770.400,00
Costos Totales = 22.770.400,00 + 1.500 X
Ingresos Totales = 5.000 X
Igualando : 22.770.400,00 + 1.500 X = 5.000 X $\Rightarrow$
X = 6.505,83 unidades al año para alcanzar el equilibrio

6.8 Los pronósticos realizados sobre la demanda que tendría un nuevo producto, a lanzarse al mercado el año entrante, establecen que sería de 10.000 unidades al año.
Para producir este producto se necesita adquirir dos máquinas, cuyos datos de costo son los siguientes:

	Máquina 1	Máquina 2
Valor Inicial	200.000	300.000
Vida útil (años)	4	6
Mantenimiento al año	5.000	10.000
Valor de rescate	40.000	50.000

Para operar estas máquinas se necesita de un personal fijo que gana en total Bs. 200.000 anuales; y la cuota de gastos generales que debe absorber este producto es de Bs. 100.000 al año.
Los costos de materia prima, combustible, etc., necesarios para fabricar una unidad del producto, se estiman en Bs.30.
Para una tasa de interés del 20% anual, calcule el precio unitario mínimo que debe tener el producto, para alcanzar el equilibrio.

Solución: Hay que calcular el C.A.U.E correspondiente a cada máquina.

$C.A.U.E_1 = 200.000\ (A|P,20\%,4) + 5000 - 40.000\ (A|F,20\%,4)$

$= 200.000\ (0,38629) + 5000 - 40.000\ (0,18629) = 74.806,40$

$C.A.U.E_2 = 300.000\ (A|P,20\%,6) + 10.000 - 50.000\ (A|F,20\%,6)$

$= 300.000\ (0,30071) + 10.000 - 50.000\ (0,10071) = 95.177,50$

Costo Fijo Total = 74.806,40 + 95.177,50 + 200.000,00 + 100.000,00
C.F.T = Costo Fijo Total = 469.983,90
Aplicando la ecuación de equilibrio: $p\ X = C.F.T + C_v\ X$, donde es el costo variable unitario (en este caso $C_v = 30$) , p = P:V:P, ó precio de venta por unidad, y X = Número de unidades a vender (en este caso X = 10000), se obtiene: $P.V.P = \dfrac{469.983,90 + 30\ (10.000)}{10.000} =$ **Bs 77** por unidad

6.9 Una compañía constructora esta considerando la compra de un tractor , cuyo costo es de Bs. 75.000.000 , y al que se le estima una vida útil de 15 años , con un valor de salvamento de Bs. 5.000.000 .
Los costos de operación se estiman en Bs. 30.000 diarios aquellos días que el tractor esté trabajando , y un costo fijo de mantenimiento de Bs. 6.000.000 anuales.
Otra alternativa es alquilar el tractor para aquellos días que se necesite, a una tarifa de Bs. 210.000 diarios.
A un tasa de interés del 12% anual , determine el número de días al año que tendría que trabajar el tractor para que alcance el equilibrio, es decir, para que se justifique su compra .
Solución : El costo fijo de tener el tractor es :

$C.F = 6.000.000 + 75.000.000\ (A|P, 12\%, 15) - 5.000.000\ (A|F, 12\%, 15)$

$= 6.000.000 + 75.000.000\ (0.14682) - 5.000.000\ (0.02682) =$
$16.877.400,00$

Si el tractor trabaja “x” días al año , el costo total de tenerlo es :
$C.T = 16.877.400 + 30.000\ x$
Para la alternativa “alquilarlo” , el costo total es : $C.T = 210.000\ x$
El equilibrio se alcanza cuando : $16.877.400 + 30.000\ x = 210.000\ x$
Despejando : $x = 93.76 \approx 94$ días / año .

6.10 Una destilería está tomando en consideración dos proposiciones para la adquisición de botellas.
La primera es hacer una inversión en equipos por un valor de Bs. 20.000.000, que necesita de un operario fijo a Bs. 800.000 anuales, con gastos de mantenimiento de Bs. 1.000.000 anuales. Se estima que por concepto de materia prima y energía, serían necesarios Bs. 20 para producir cada botella. El equipo tendría una duración de 15 años, con un valor de rescate de Bs. 2.000.000 .
La segunda alternativa es comprar cada botella a Bs. 70.
A una tasa de interés del 15% anual
a) ¿ Cual debe ser el requerimiento anual mínimo de botellas, para que las dos alternativas estén en equilibrio?
b) Si en la actualidad se requiere de 100.000 botellas anuales . ¿Cual decisión es mas conveniente ? .

Solución: El C.A.U.E por comprar la maquinaria es:
C.A.U.E = P(A|P,i%,n) - V.S (A|F,i%,n) + C.A.O
C.A.U.E = 20.000.000 (0.17102) - 2.000.000 (0.02102) + 1.000.000 = 4.378.360,00
El Costo Fijo es: 4.378.360,00 + 800.000,00 = 5.178.360,00 Bs/año
El Costo Total es: 5.178.360 + 20 X
El Equilibrio se alcanza cuando : 5.178.360 + 20 X = 70 X
Despejando X, se obtiene: **X =103.567,20 botellas al año.**
Para X= 100.000 < 103.567 , la alternativa más conveniente es comprar las botellas .

6.11 Para producir un artículo , hay que incurrir en los siguientes costos:
Costo del local : Bs. 1.000.000 mensuales .
Costo de la materia prima: Bs. 200 por pieza .
Costo de la energía: Bs. 50 por pieza .
Nómina de empleados fijos: Bs. 2.000.000 mensuales .
Depreciación de la maquinaria: Bs. 200.000 mensuales .
Gastos Generales: Bs. 800.000 mensuales .
Este producto puede ser vendido en Bs. 1.050 la pieza.
¿ Cuantas unidades hay que producir mensualmente, para alcanzar el punto de equilibrio ? .
Solución: Es necesario clasificar los costos de producción en fijos y variables. Los costos fijos son:
C.F = 1.000.000 + 2.000.000 + 200.000 + 800.000 = 4.000.000
Los costos unitarios variables son: 200 + 50 = Bs. 250 por pieza .
El costo total de producir "x" piezas es : 4.000.000 + 250 x
El ingreso por producir esas "x" piezas es : 1050 x
y por tanto, para alcanzar el punto de equilibrio : 1050 x = 4.000.000 + 250 x .
De donde: 800 x = 4.000.000 $\Rightarrow$ **x = 5000** piezas al mes .

6.12 Para producir un artículo , hay que incurrir en los siguientes costos:
Costo del local : Bs. 1.000.000 mensuales .

Costo de la materia prima: Bs. 800 por pieza .
Costo de la energía: Bs. 200 por pieza .
Nómina de empleados fijos: Bs. 8.000.000 mensuales .
Depreciación de la maquinaria: Bs. 1.000.000 mensuales .
Gastos Generales: Bs. 5.000.000 mensuales .
Este producto puede ser vendido en Bs. 3.000 la pieza.
¿ Cuantas unidades hay que producir mensualmente, para alcanzar el punto de equilibrio ? .
Solución: Es necesario clasificar los costos de producción en fijos y variables.
Los costos fijos son:
C.F = 1.000.000 + 8.000.000 + 1.000.000 + 5.000.000 = 15.000.000 mensuales
Los costos unitarios variables son: 800 + 200 = Bs. 1.000 por pieza .
El costo total de producir "x" piezas es : 15.000.000 + 1.000 x
El ingreso por producir esas "x" piezas es : 3.000 x
y por tanto, para alcanzar el punto de equilibrio : 3.000 x = 15.000.000 + 1.000 x.
De donde: 2.000 x = 15.000.000 $\Rightarrow$ **x = 7500** piezas al mes .

6.13 Para producir un artículo es necesario hacer las siguientes inversiones.

- Comprar una máquina que cuesta hoy Bs. 20.000.000 , y cuya vida se estima en 10 años , sin valor de salvamento .
- Alquilar un local cuyo canon de arrendamiento es de Bs. 15.000.000 anuales .
- Contratar un personal fijo , a un costo e Bs. 30.000.000 anuales.
- Hacer una inversión en publicidad por Bs. 12.000.000 anuales.

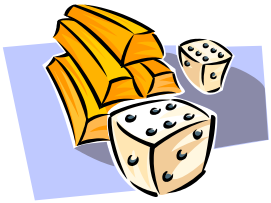
Además , durante el proceso de producción se incurren en los siguientes costos:

- Materia prima a razón de Bs. 4.000 por cada unidad del artículo que se vaya a producir.
- Energía a razón de Bs. 2.000 por cada unidad del artículo que se vaya a producir.

Se estima que la demanda anual que tendría este artículo sería de 40.000 unidades anuales .
A una tasa de interés del 10% anual , calcule el precio mínimo al cual habría que vender cada unidad de este artículo , para alcanzar el equilibrio .

Solución: Hay que clasificar los costos en fijos y variables.
Costos Fijos = Amortización + Personal +Alquiler +Publicidad.
Amortización = 20.000.000 (A|P,10%,10) = 20.000.000 (0.16275) = 3.255.000
Costos Fijos = 3.255.000+ 15.000.000 + 30.000.000 + 12.000.000 =
Bs. 60.255.000 anuales
Costos Variables = 4.000 + 2.000= 6.000 Bs./unidad.
El costo total es : C.T = 6.000 X + 60.255.000
El ingreso es : I = p X , siendo : p = Precio unitario de venta .
Como se estima: X = 40.000
Para alcanzar el punto de equilibrio, se resuelve la ecuación:
6.000 (40.000) + 60.255.000 = p (40.000)
cuya solución es : **p = 7.506,38 Bs./unidad .**

UNIDAD N° 7: Evaluación de alternativas bajo condiciones de incertidumbre



SINOPSIS DE CONTENIDO: Arboles de decisión. Método del valor esperado.
OBJETIVO DE LA UNIDAD: Seleccionar la alternativa óptima dentro de un conjunto de alternativas de inversión, dados distintos escenarios y sus probabilidades.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

7.1 Cierto producto se vende durante la estación en Bs.1000 la unidad.
Un comerciante puede adquirirlo antes de que se inicie la estación en Bs. 600, y durante la estación en Bs. 750.
Las piezas sobrantes al final de la estación pueden rematarse a Bs.400 por unidad.
Si la demanda de este producto durante la estación es la siguiente:

Unidades	12	14	16	18	20
Probabilidad	0.15	0.40	0.30	0.10	0.05

Use el método del valor esperado, para decidir cuantas unidades debe adquirir antes de que se inicie la estación.

Solución: Las posibles decisiones son comprar antes de que se inicie la estación 12, 14 , 16 , 18 ó 20 unidades.
Si compra 12 y le demandan 12, su ganancia será 12x(1000-600) = 4800
Si compra 12 y le demandan 14, las dos adicionales tendrá que comprarlas durante la estación a un precio de 750, y por lo tanto su ganancia será de 12 x (1000-600) + 2 x (1000-750) = 5300.
En caso de sobrantes hay una perdida, y así por ejemplo, si compra 16 antes de la estación y le demandan 12, tendrá que rematar las 4 sobrantes a un precio de 400, y su ganancia será:
12 x (1000-600) - 4 x (600-400) = 4000
Siguiendo este razonamiento, se calculan las ganancias para cada combinación de decisión con demanda, y luego el valor esperado, teniendo en cuenta que : $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i P_i$

Los resultados se dan en la siguiente tabla:

	Demanda 12 P= 0,15	Demanda 14 P= 0,40	Demanda 16 P= 0,30	Demanda 18 P=0,10	Demanda 20 P=0,05	V. Esperado
Compra 12	4800	5300	5800	6300	6800	5550

Compra 14	4400	5600	6100	6600	7100	**5745**
Compra 16	4000	5200	6400	6900	7400	5660
Compra 18	3600	4800	6000	7200	7700	5365
Compra 20	3200	4400	5600	6800	8000	5000

E la tabla se deduce que la decisión óptima es comprar 14 unidades antes de la estación, que es donde se obtiene la máxima ganancia esperada.

7.2 Un proyecto requiere una inversión inicial de Bs. 5.000.000 , y tiene una duración de tres años . Existe incertidumbre acerca de los ingresos derivados de esa inversión, pues los mismos dependen de la situación económica del país.
Los flujos de caja estimados para cada posible situación , y sus respectivas probabilidades son:

	Situación Económica		
	Recesión	Estable	En expansión
Año	P= 0,2	P=0,6	P= 0,2
0	- 5.000.000	- 5.000.000	-5.000.000
1	+2.500.000	+2.000.000	+2.000.000
2	+2.000.000	+ 2.000 .000	+3.000.000
3	+1.000.000	+2.000 .000	+3.500.000

Si el inversionista aspira una tasa de retorno del 15% . Haga un análisis de valor presente esperado, y determine si es o no conveniente la inversión .
Solución: Hay que calcular el valor presente neto, de cada uno de los tres flujos de caja:

$V.P_1$ = - 5.000.000 + 2.500.000 (P|F, 15%,1) + 2.000.000 (P|F, 15%,2) + 1.000.000 (P|F, 15%,3) =
- 5.000.000 + 2.500.000 (0.8696) + 2.000.000 (0.7561) + 1.000.000 (0.6575) = **- 656.300,00**

$V.P_2$ = - 5.000.000 + 2.000.000 (P|A, 15%,3) = -5.000.000 + 2.000.000 (2.2832) = **- 433.600,00**

$V.P_3$ = - 5.000.000 + 2.000.000 (0.8696) + 3.000.000 (0.7561) + 3.500.000 (0.6575) = **1.308.750,00**

Teniendo en cuenta que: $E(X)= \sum_{i=1}^{i=n} X_i P_i$

El valor presente esperado asociado a estas tres series de pagos será:
V.P.E = -656.300 (0,20) - 433.600 (0,60) + 1.308.750 (0,20)= **-129.670**
de donde se concluye que no se espera obtener la rentabilidad deseada del 15% , y por tanto la mejor alternativa es no hacer la inversión .

7.3 Tres ingenieros están evaluando económicamente la compra de una nueva máquina, cuyo valor es de Bs. 77.000.000, y se le estima una vida útil de 6 años con un valor de salvamento de Bs. 10.000.000.

El ingeniero “A” estima unos ingresos anuales por Bs. 14.000.000 , el “B” por Bs. 15.000.000, mientras que el “C” por Bs. 18.000.000.
Asignándole igual probabilidad a las estimaciones de cada uno de estos tres ingenieros, y a una TMAR del 8%, analice la conveniencia de comprar esta nueva máquina.
Solución: Asignándole igual probabilidad a las estimaciones de cada ingeniero, el ingreso anual esperado por la compra de la máquina es :

$$\frac{1}{3}\ 14.000.000 + \frac{1}{3}\ 15.000.000 + \frac{1}{3}\ 18.000.000 = 15.666.666,67$$

El Valor Presente Neto Esperado es en consecuencia:
V.P.N.E = - 77.000.000 + 15.666.666,67 (P|A,8%,6) + 10.000.000 (P|F,10%,6) =
V.P.N.E = - 77.000.000 + 15.666.666,67 (4.6229) + 10.000.000 (0,6302) =
1.727.433,35 > 0 $\Rightarrow$ **Conviene la Inversión**

7.4 Un proyecto requiere de una inversión inicial por Bs. 8.000.000, con una vida estimada de dos años.
Existe incertidumbre sobre los ingresos anuales que generará la inversión.
Las estimaciones optimista, razonable y pesimista con sus probabilidades asociadas , se dan en la siguiente tabla :

	Pesimista	Razonable	Optimista
Probabilidad	0.25	0.60	0.15
Ingreso en el Año 1	5.000.000	8.000.000	10.000.000
Ingreso en el Año 2	4.000.000	6.000.000	8.000.000

Utilizando el método del valor esperado, analice si es o no conveniente hacer la inversión. Utilice una Tasa Mínima Atractiva de Retorno del 12%.

Solución : Hay que calcularle el “Valor Presente Neto” a cada una de las estimaciones:
Valor Presente Neto = - P + $I_1(P|F,12\%,1) + I_2(P|F,12\%,2)$
Pesimista:
V.P.N = - 8.000.000 + 5.000.000(P|F,12%,1) + 4.000.000(P|F,12%,2)
- 10.000.000 + 5.000.000(0,8929) + 4.000.000(0,7972) =- 346.700,00
Razonable:
V.P.N = - 8.000.000 + 8.000.000(P|F,12%,1) + 6.000.000(P|F,12%,2)
- 10.000.000 + 8.000.000(0,8929) + 6.000.000(0,7972) = 3.926.400,00
Optimista:
V.P.N = - 8.000.000 + 10.000.000(P|F,12%,1) + 8.000.000(P|F,12%,2)
- 10.000.000 + 10.000.000(0,8929) + 8.000.000(0,7972) = 7.306.600,00

Teniendo en cuenta que el Valor Esperado se calcula: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i P_i$, tenemos que el Valor Presente Esperado es :
V.P. E = - 346.700 (0,25) + 3.926.400(0,60) +7.306.600(0,15) =
3.365.155,00 > 0 $\Rightarrow$ **Conviene la Inversión**

7.5 Una máquina necesita para su correcto funcionamiento de una cierta pieza. Al comprar la máquina nueva, ésta viene con dicha pieza incluida, pero existe incertidumbre acerca del número de veces que será necesario reemplazarla durante la vida útil de la máquina.
Es posible comprar piezas de repuesto conjuntamente con la máquina nueva, a un precio de Bs. 80.000 cada una; pero si se espera a que la pieza falle, y luego se solicita el repuesto individualmente, el precio se eleva a Bs. 400.000 cada una.
De acuerdo con la experiencia, el número de piezas de repuesto que la máquina puede necesitar durante su vida útil, viene dado en la siguiente tabla, con sus respectivas probabilidades:

N° de piezas	0	1	2	3
Probabilidad	0,20	0,40	0,30	0,10

En caso de que ocurra la falla y exista el repuesto, éste es instalado sin costo adicional, pero en caso de no existir, entonces debe ser solicitado individualmente.
En caso de comprar piezas de repuesto en exceso, éstas se perderán, pues al final de su vida útil, la máquina será reemplazada por otro modelo.
Utilice el método del valor esperado, para determinar el número de piezas de repuesto que es necesario comprar junto con la máquina, para minimizar el costo total esperado.

Solución : Las posibles decisiones a tomar, son comprar 0 , 1 , 2 ó 3 piezas de repuesto junto con la máquina nueva.
A cada decisión se le debe calcular su costo esperado.
Así por ejemplo, si se compran dos piezas de repuesto junto con la máquina nueva, el costo es de Bs. 160.000 en caso de ocurrir 0, 1 ó 2 fallas, y de Bs. 160.000 + 400.000 = Bs. 560.000 en caso de ocurrir 3 fallas.
El costo esperado de esta decisión es :

160.000 (0,20 + 0,40 + 0,30) + 560.000 (0,10) = 200.000

Siguiendo esta metodología se obtiene la siguiente tabla de costos:

	0 fallas P = 0,20	1 Falla P = 0,40	2 Fallas P = 0,30	3 Fallas P = 0,10	Costo Esperado
Comprar 0	0	400.000	800.000	1.200.000	520.000
Comprar 1	80.000	80.000	480.000	880.000	280.000
Comprar 2	160.000	160.000	160.000	560.000	**200.000**
Comprar 3	240.000	240.000	240.000	240.000	240.000

Según la tabla, el mínimo costo esperado se obtiene al comprar 2 piezas de repuesto junto con la máquina nueva, para un costo esperado de Bs. 200.000.

7.6 Un proyecto requiere de una inversión inicial de Bs. 6.000.000 , y tiene una vida de 3 años . Existe incertidumbre sobre los ingresos anuales que generará la inversión, y también acerca del valor de salvamento.
Las estimaciones optimistas , razonables y pesimistas con sus probabilidades asociadas , se dan en la siguiente tabla :

	Pesimista	Razonable	Optimista
Probabilidad	0.30	0.50	0.20
Ingreso Anual	2.000.000	2.500.000	4.000.000
Valor de Salvamento	0	600.000	1.000.000

Utilizando el método del valor esperado , analice si es conveniente o no hacer la inversión. Utilice una Tasa Mínima Atractiva de Retorno del 10%.

Solución : Hay que calcularle el "Valor Presente Neto" a cada una de las estimaciones:

Valor Presente Neto = - P + Ingreso Anual (P | A,10%,3) + Valor de Rescate (P | F,10%,3).

Pesimista:

V.P.N = -6.000.000 +2.000.000 (2.4869) = **-1.026.200,00**

Razonable:

V.P.N = 6.000.000 +2.500.000(2.4869) + 600.000(0.7513) = **668.030,00**

Optimista:

V.P.N = -6.000.000 + 4.00.000(2.4869) + 1.000.000 (0.7513) = **4.698.900,00**

Teniendo en cuenta que el Valor Esperado se calcula: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i P_i$, tenemos que el Valor Presente Esperado es :

V.P. E = - 1.026.200,00 (0.30) + 668.030,00(0.50) +4.698.900(0.20) =

965.935,00 >0 $\Rightarrow$ **Conviene la Inversión**

7.7 Un proyecto requiere de una inversión inicial por Bs. 10.000.000, con una vida estimada de dos años.

Existe incertidumbre sobre los ingresos anuales que generará la inversión.

Las estimaciones optimistas , razonables y pesimistas con sus probabilidades asociadas , se dan en la siguiente tabla :

	Pesimista	Razonable	Optimista
Probabilidad	0.30	0.45	0.25
Ingreso en el Año 1	5.000.000	8.000.000	10.000.000
Ingreso en el Año 2	4.000.000	6.000.000	8.000.000

Utilizando el método del valor esperado , analice si es o no conveniente hacer la inversión. Utilice una Tasa Mínima Atractiva de Retorno del 12%.

Solución : Hay que calcularle el "Valor Presente Neto" a cada una de las estimaciones:

Valor Presente Neto = - P + I_1(P | F,12%,1) + I_2(P | F,12%,2)

Pesimista:

V.P.N = - 10.000.000 + 5.000.000(P | F,12%,1) + 4.000.000(P | F,12%,2)

- 10.000.000 + 5.000.000(0,8929) + 4.000.000(0,7972) =-2.346.700,00

Razonable:

V.P.N = - 10.000.000 + 8.000.000(P | F,12%,1) + 6.000.000(P | F,12%,2)

- 10.000.000 + 8.000.000(0,8929) + 6.000.000(0,7972) = 1.926.400,00

Optimista:
V.P.N = - 10.000.000 + 10.000.000(P | F,12%,1) + 8.000.000(P | F,12%,2)
- 10.000.000 + 10.000.000(0,8929) + 8.000.000(0,7972) = 5.306.600,00

Teniendo en cuenta que el Valor Esperado se calcula: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i P_i$, tenemos que el Valor Presente Esperado es :
V.P. E = - 2.346.700 (0,30) + 1.926.400(0,45) +5.306.600(0,25) =
1.489.520,00 >0 $\Rightarrow$ **Conviene la Inversión**

7.8 Suponga que Ud. debe elegir uno de dos proyectos de inversión , en donde existe incertidumbre acerca de los ingresos que generaran .
Estimaciones de ingresos hechas bajo tres escenarios : Pesimista , Razonable y Optimista , dan las siguientes cifras a Valor Presente:

	Pesimista	Razonable	Optimista
Proyecto A	10.000.000	15.000.000	20.000.000
Proyecto B	13.000.000	15.000.000	18.000.000

La Inversión inicial requerida es de Bs. 7.000.000 para el Proyecto “A” , y de Bs. 10.000.000 para el Proyecto “B” , y las Probabilidades asociadas a cada uno de las tres estimaciones son de 0.30 , 0.60 y 0.10 respectivamente .
Use el método del Valor Esperado para elegir la mejor de las dos alternativas .

Solución: Hay que calcular el Valor Presente Neto Esperado para cada uno de los dos proyectos.
$V.P.N.E_A$ = -7.000.000 + 10.000.000 (0.30) +15.000.000 (0.60) +
20.000.000 (0.10) = 7.000.000
$V.P.N.E_B$ = -10.000.000 + 13.000.000 (0.30) +15.000.000 (0.60) +
18.000.000 (0.10) = 4.700.000
Conclusión: Conviene mas el Proyecto “A” , por tener un Valor Presente Neto Esperado mayor.

7.9 Supongamos que un proyecto requiere de una inversión inicial de Bs. 15.000.000 , y que existe incertidumbre acerca de los ingresos derivados de esa inversión durante los próximos dos años.
Estimaciones realizadas con criterios optimistas , realistas y pesimistas , dan las siguientes cifras para los dos años de vida del proyecto:

	AÑO 1		AÑO 2	
Criterio	Ingreso	Probabilidad	Ingreso	Probabilidad
Optimista	10.000.000	0,3	20.000.000	0,15
Realista	8.500.000	0,5	18.000.000	0,60
Pesimista	6.000.000	0,2	14.000.000	0,25

A una tasa de interés del 20% , calcule el Valor Presente Neto Esperado de la inversión , y analice si es atractiva la inversión e esta tasa de interés.

Solución: Hay que calcular los flujos de caja esperados para cada año :

Ingreso Esperado para el año 1:
10.000.000 (0,3) +8.500.000 (0,5) + 6.000.000 (0,2) = 8.450.000
Ingreso Esperado para el año 2:
20.000.000 (0,15) +18.000.000 (0,60) + 14.000.000 (0,25) = 17.300.000
El Valor Presente Neto Esperado será entonces:
VPNE = -15.000.000 + 8.450.000 (P|F, 20%,1) + 17.300.000 (P|F,20%,2) =
4.055.555,56 > 0 $\Rightarrow$ el proyecto es atractivo a una tasa de interés del 20%.

7.10 Suponga que Ud. debe elegir uno de dos proyectos de inversión , en donde existe incertidumbre acerca de los ingresos que generaran .
Estimaciones de ingresos, hechas bajo tres escenarios : Pesimista , razonable y Optimista , dan las siguientes cifras a Valor Presente:

	Pesimista	Razonable	Optimista
Proyecto A	8.000.000	12.000.000	20.000.000
Proyecto B	13.000.000	15.000.000	20.000.000

La Inversión inicial requerida es de Bs. 5.000.000 para el Proyecto “A” , y de Bs. 9.000.000 para el Proyecto “B” , y las Probabilidades asociadas a cada uno de las tres estimaciones son de 0.15 , 0.60 y 0.25 respectivamente .
Use el método del Valor Esperado para elegir la mejor de las dos alternativas .

Solución: Hay que calcular el Valor Presente Neto Esperado para cada uno de los dos proyectos.
$V.P.N.E_A$ = -5.000.000 + 8.000.000 (0.15) +12.000.000 (0.60) + 20.000.000 (0.25) =8.400.000
$V.P.N.E_B$ = -9.000.000 + 13.000.000 (0.15) +15.000.000 (0.60) + 20.000.000 (0.25) =6.950.000
Conclusión: Conviene mas el Proyecto “A” , por tener un Valor Presente Neto Esperado mayor.

7.11 Suponga que la demanda diaria de un producto obedece a la siguiente distribución de probabilidades:

Demanda	Probabilidad
1	0,50
2	0,30
3	0,20

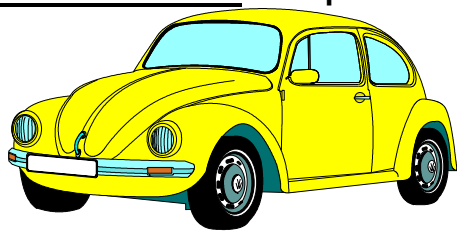
Si por cada unidad vendida la ganancia es de Bs. 30 , y los costos fijos diarios son de Bs. 20 , calcule la ganancia diaria esperada .
Solución: Es necesario calcular las posibles ganancias , con sus correspondientes probabilidades:

Ganancia	Probabilidad
10	0,50
40	0,30
70	0,20

Teniendo en cuenta que: $E(X)=\sum X_i P(X_i)$

La ganancia esperada será entonces: 10 (0,50) + 40 (0,30) + 70 (0,20) =
Bs. 31,00

UNIDAD N° 8: Depreciación



SINOPSIS DE CONTENIDO: Métodos para calcular la cuota depreciación. Línea recta. Saldo decreciente. Suma de dígitos. Valor en libros de un activo.
OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular bajo diferentes métodos la cuota de depreciación, y el valor en libros de un equipo.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS

8.1 Una empresa compró una maquinaria por Bs. 17.000.000.
Asumiendo una vida útil de 5 años, y un valor de salvamento de Bs. 2.000.000 al final del año cinco ; calcule la cuota de depreciación correspondiente al año 3, y su valor en libros al final del año 4 , usando el método de la suma de dígitos .
Solución:

La suma de dígitos al año viene dada por : $S.D.A = \frac{n(n+1)}{2}$

La cuota de depreciación correspondiente al año “m” viene dada por:

$$D_m = \frac{n-m+1}{S.D.A}(P - V.S)$$

El valor en libros al final del año “m” viene dado por:

$$V.L_m = P - \frac{m(n - \frac{m}{2} + 0{,}5)}{S.D.A}(P - V.S)$$

En este caso, se tiene que: P= 17.000.000 VS =2.000.000 n=5
Se pide la cuota de Depreciación para m=3.

S.D.A = $\frac{6 \times 5}{2}$ = 15 ; $D_3 = \frac{5-3+1}{15}$ (17.000.000 - 2.000.000) = **3.000.000**

El valor en libros al final del año m= 4 , será:

$V.L_4$ = 17.000.000 - $\frac{4 \times (5 - \frac{4}{2} + 0.5)}{15}$ (17.000.000 - 2.000.000) = **3.000.000**

8.2 Un activo cuyo valor de adquisición es de Bs. 8.000.000 va a ser depreciado en 5 años , por el método del “Saldo Decreciente Doble” .

Calcule la cuota de depreciación para el año 2 , y el valor en libros al final del año 3.

Solución: Por el método del saldo decreciente doble , la depreciación es el doble de la correspondiente por el método de línea recta: d = $\frac{2}{n}$, y la tasa de depreciación correspondiente al año "t" es : $d_t = d(1-d)^{t-1}$.
La cuota de depreciación para el año "t" será : $D_t = d\ P\ (1-d)^{t-1}$.
Para este caso : d=$\frac{2}{6}$ = 0.40 , lo que significa que cada año la cuota de depreciación será el 40% del valor que tenía al principio de ese año.

P = 8.000.000 , por lo tanto, la cuota de depreciación para el año 2 es:

D_2 = 0.40 (8.000.000) (1-0.40) = **1.920.000**

El valor en libros en el año "t" es : $V.L_t = P\ (1-d)^t$

Para el año 3 : $V.L_3$ = 8.000.000 (1-0.40)^3 = **1.728.000**

8.3 Una empresa compró una maquinaria por Bs. 20.000.000.
Asumiendo una vida útil de 10 años; calcule la cuota de depreciación correspondiente al año 5, y su valor en libros al final del año 6 , usando el método del saldo decreciente con una tasa del 150% de la tasa en línea recta.

Solución: Para depreciar por el método del saldo decreciente:
$d_t = d\ (1 - d)^{r-1}$ $D_t = (d)\ P\ (1-d)^{t-1}$ $VL_t = P\ (1-d)^t$

d= tasa de depreciación d_t = tasa de depreciación para el año "t"
D_t = Depreciación para el año "t". VL_t = Valor en libros al final del año "t".
P = Valor inicial.

En este caso: d = $\frac{1{,}50}{n} = \frac{1{,}50}{10}$ = 0,15 $\Rightarrow$ D_5 = (0,15) 20.000.000 (1-0,15)^4
La cuota de depreciación para el año 5: **D_5 = 1.566.018,75**
El valor en libros al final del año 6: VL_6 = 20.000.000 (0,85)^6 = **7.542.990,03**

8.4 Una empresa ha comprado un vehículo por Bs. 10.000.000.
Asumiendo una vida útil de 6 años, y un valor de salvamento de Bs. 1.600.000 al final del año seis; calcule la cuota de depreciación correspondiente al año 3, y su valor en libros al final del año 4 , usando el método de la suma de dígitos .

Solución: La suma de dígitos al año viene dada por : $S.D.A = \frac{n(n+1)}{2}$
La cuota de depreciación correspondiente al año "m" viene dada por:

$$D_m = \frac{n-m+1}{S.D.A}(P - V.S)$$

El valor en libros al final del año "m" viene dado por:

$$V.L_m = P - \frac{m(n - \frac{m}{2} + 0{,}5)}{S.D.A}(P - V.S)$$

En este caso, se tiene que: P= 10.000.000 VS =1.600.000 n=6 .
Se pide la cuota de Depreciación para m=3.

S.D.A = $\frac{6 \cdot 7}{2}$ =21 ; $D_3 = \frac{6-3+2}{21}$ (10.000.000 - 1.600.000) = **1.600.000**

El valor en libros al final del año 4 será:

$V.L_4$ = 10.000.000 - $\frac{4 \cdot (6-2+0.5)}{21}$ (10.000.000 - 1.600.000) = **2.800.000**

8.5 Un equipo cuyo valor de adquisición es de Bs. 8.000.000 va a ser depreciado en 10 años , por el método del "**Saldo Decreciente Doble**" . Calcule la cuota de depreciación para el año 6 , y el valor en libros al final del año 8.

Solución: Por el método del saldo decreciente doble , la depreciación es el doble de la correspondiente por el método de línea recta: d = $\frac{2}{n}$, y la tasa de depreciación correspondiente al año "t" es : $d_t = d(1-d)^{t-1}$.
La cuota de depreciación para el año "t" será : D_t = d P (1-d) $^{t-1}$.
Para este caso : d = $\frac{2}{10}$ = 0.20 , lo que significa que cada año la cuota de depreciación será el 20 % del valor que tenía al principio de ese año.
P = 8.000.000 , por lo tanto, la cuota de depreciación para el año 6 es:
D_6 = 0.20 (8.000.000) (1-0.20)^5 = **524.288,00**
El valor en libros al final del año "t" es : $V.L_t$ = P (1-d) ^{t}
Para el año 8 : $V.L_8$ = 8.000.000 (1- 0.20)^8 = **1.342.177,28**

8.6 Un activo cuyo valor de adquisición es de Bs. 12.000.000 va a ser depreciado en 6 años , por el método del "Saldo Decreciente Doble" . Calcule la cuota de depreciación para el año 3 , y el valor en libros al final del año 4 .

Solución: Por el método del saldo decreciente doble , la depreciación es el doble de la correspondiente por el método de línea recta: d = $\frac{2}{n}$, y la tasa de depreciación correspondiente al año "t" es : $d_t = d(1-d)^{t-1}$.
La cuota de depreciación para el año "t" será : D_t = d P (1-d) $^{t-1}$.
Para este caso : $d = \frac{2}{6} = 0.33$, lo que significa que cada año la cuota de depreciación será el 33% del valor que tenía al principio de ese año.
P = 12.000.000 , por lo tanto, la cuota de depreciación para el año 3 es:
D_3 = 0.33 (12.000.000) (1-0.33)^2 = **1.777.777,78**

El valor en libros en el año "t" es : $V.L_t = P\ (1-d)^t$
Para el año 4 : $V.L_4 = 12.000.000\ (1-0.33)^4 =$ **2.370.370,37**

8.7 Un equipo ha costado Bs. 5.000.000, se le estima una vida útil de cuatro años, al final de los cuales su valor se calcula en Bs. 1.000.000 .
Calcule la depreciación y el valor en libros correspondientes al final del año 2, utilizando los siguientes métodos:
a) Linea recta .
b) Suma de los dígitos del año .
Solución: a) Por linea recta:

$$D = \frac{P - VS}{n} = \frac{5.000.000 - 1.000.00}{4} = 1.000.000$$ (Cuota de depreciación)

$V.L_2 = P - mD = 5.000.000 - 2\ (1.000.000) = 3.000.000$
(Valor en libros al final del año 2)

b) Por suma de dígitos:

La suma de dígitos al año viene dada por : $S.D.A = \frac{n(n+1)}{2}$

La cuota de depreciación correspondiente al año "m" viene dada por:

$$D_m = \frac{n-m+1}{S.D.A}(P - V.S)$$

El valor en libros al final del año "m" viene dado por:

$$V.L_m = P - \frac{m(n - \frac{m}{2} + 0,5)}{S.D.A}(P - V.S)$$

Para nuestro caso, tenemos: P= 5.000.000 ; V.S= 1.000.000 ; n=4

Reemplazando, obtenemos: S.D.A = 4(5)/ 2 = 10

D_2 = (4-2+1) (5.000.000 - 1.000.000) / 10
= **1.200.000** (Cuota de depreciación correspondiente al año 2)

$V.L_2$ = 5.000.000 - 2(4- 2/2 + 0,5) (5.000.000 - 1.000.000)/10
= **2.200.000** (Valor en libros al final del año 2)

8.8 Una industria compró un activo por Bs. 18.000.000.
Asumiendo una vida útil de 10 años; calcule la cuota de depreciación correspondiente al año 4, y su valor en libros al final del año 8 , usando el método del saldo decreciente con una tasa del 160% de la tasa en línea recta.

Solución: Para depreciar por el método del saldo decreciente:
$d_t = d\ (1 - d)^{r-1}$ $D_t = (d)\ P\ (1-d)^{t-1}$ $VL_t = P\ (1-d)^t$

d= tasa de depreciación d_t = tasa de depreciación para el año "t"
D_t = Depreciación para el año "t". VL_t = Valor en libros al final del año "t".
P = Valor inicial.

En este caso: d = $\frac{1,60}{n} = \frac{1,60}{10}$ = 0,16 $\Rightarrow$ D_4 = (0,16) 18.000.000 (1-0,16) ^{3}

La cuota de depreciación para el año 4: **D_4 = 1.706.987,52**

El valor en libros al final del año 8: VL_8 = 18.000.000 (0,84)^8 = **4.461.766,04**

8.9 Una empresa compró una maquinaria por Bs. 20.000.000.
Asumiendo una vida útil de 10 años; calcule la cuota de depreciación correspondiente al año 4, y su valor en libros al final del año 5 , usando el método del saldo decreciente doble.

Solución: Para depreciar por el método del saldo decreciente:

$d_t = d\ (1 - d)^{r-1}$ $D_t = (d)\ P\ (1-d)^{t-1}$ $VL_t = P\ (1-d)^t$

d= tasa de depreciación d_t = tasa de depreciación para el año "t"
D_t = Depreciación para el año "t". VL_t = Valor en libros al final del año "t".
P = Valor inicial.

En este caso: d = $\frac{2}{n} = \frac{2}{10}$ = 0,20 $\Rightarrow$ D_4 = (0,20) 20.000.000 (1-0,20) ^{3}

La cuota de depreciación para el año 4: **D_4 = 2.048.000,00**

El valor en libros al final del año 5: VL_5 = 20.000.000 (0,80)^5 = **6.553.600,00**

UNIDAD N° 9: Flujo de Caja después de impuestos.

SINOPSIS DE CONTENIDO: Cálculo del impuesto generado por una inversión según las leyes tributarias venezolanas. Cálculo y tabulación del flujo de caja después de impuestos. Tasa interna de retorno después de impuestos.
OBJETIVO DE LA UNIDAD: Calcular según la legislación venezolana, y previa selección de un método de depreciación permitido por la ley, el impuesto generado por una inversión; a los fines de determinar la tasa interna de retorno después de pagar impuestos respectivos.

ESTA UNIDAD SE EVALUA MEDIANTE UN TRABAJO PRACTICO

EJEMPLOS DE TRABAJO PRACTICO

9.1 Al principio del año 1999, una empresa compró una maquinaria en Bs. 60.000.000, con una vida útil de tres años, y valor de salvamento de Bs. 12.000.000.
Durante sus tres años de vida, la máquina generó los siguientes ingresos y costos, que se muestran en la tabla a continuación:

Año	Ingresos	Gastos de Operación y Mantenimiento
1999	50.000.000	15.000.000
2000	75.000.000	24.000.000
2001	90.000.000	30.000.000

Usando el método de depreciación en “línea recta”, determine:
El monto del impuesto a pagar en cada uno de estos tres años
El flujo de caja después de impuesto en cada uno de estos tres años.
La tasa interna de retorno después de impuestos para la inversión.

SOLUCION

Usando el método de depreciación en línea recta, la cuota de depreciación correspondiente a cada año es:

$$\text{Depreciación} = \frac{60.000.000 - 12.000.000}{3} = 16.000.000$$

A continuación se calcula el ingreso gravable para cada año, mediante la expresión:

Ingreso Gravable = Ingreso Bruto - Gastos – Depreciación

El resultado que se obtiene es el siguiente:
$I.G_1 = 50.000.000 – 15.000.000 – 16.000.000 = 19.000.000$

$I.G_2$ = 75.000.000 – 24.000.000 – 16.000.000 = 35.000.000
$I.G_3$ = 90.000.000 – 30.000.000 – 16.000.000 = 44.000.000

Para calcular el monto del “Impuesto a Pagar” en cada uno de estos años, hay que investigar el valor de la unidad tributaria respectiva, y reducir el “Ingreso Gravable” a unidades tributarias.

AÑO	Ingreso Gravable	Valor de la U.T	I.G en U.T
1999	19.000.000	9.600	1.979
2000	35.000.000	11.600	3.017
2001	44.000.000	13.200	3.333

La Tarifa N° 2 del ISLR para personas jurídicas, establece las siguientes escalas:

Límite del tramo expresado en U.T	Tasa (%)
Por la fracción comprendida hasta 2.000	15
Por la fracción que exceda de 2000 hasta 3000	22
Por la fracción que exceda a 3.000	34

Al aplicar esta tarifa a cada uno de los tres años, se obtiene:
Impuesto Año 1: 1.979 x 0,15 = 296,85 U.T = 296,85 x Bs. 9.600 = **Bs. 2.849.760**
Impuesto Año 2: 2000 x 0,15 + 1000 x 0,22 + 17 x 0,34= 525,78 U.T
= 525,78 x Bs. 11.600 = **Bs. 6.099.048**
Impuesto Año 3: 2000 x 0,15 + 1000 x 0,22 + 333 x 0,34= 633,22 U.T
= 633,22 x Bs. 13.200 = **Bs. 8.358.504**

Calculado el impuesto a pagar para cada año, se tabula el flujo de caja después de impuesto: FCDI = FCAI - Impuestos.
El resultado de los cálculos se da en la siguiente tabla:

Año	F.C.A.I	Impuesto	F.C.D.I
0	-60.000.000		-60.000.000
1	35.000.000	2.849.760	32.150.240
2	51.000.000	6.099.048	44.900.952
3	60.000.000 +12.000.000	8.358.504	63.641.496

A continuación, para encontrar la tasa interna de retorno, se plantea la ecuación de

V.P.N = 0

-60.000.000 + 32.150.240 (P|F,i%,1) + 44.900.952 (P|F,i%,2) + 63.641.496 (P|F,i%,3)= 0

Se procede a obtener "i" por tanteo: **i = 50,31 %**

9.2 Al principio del año 1999, una empresa compró un equipo en Bs. 80.000.000, con una vida útil de cuatro años, y valor de salvamento de Bs. 20.000.000.

Durante sus cuatro años de vida, el equipo generó los siguientes ingresos y costos, que se muestran en la tabla a continuación:

Año	Ingresos	Gastos de Operación y Mantenimiento
1999	40.000.000	12.000.000
2000	65.000.000	15.000.000
2001	70.000.000	30.000.000
2002	80.000.000	50.000.000

Usando el método de depreciación en “línea recta”, determine:
El monto del impuesto a pagar en cada uno de estos cuatro años, tomando en consideración el valor de la Unidad Tributaria para cada año, y según lla escala establecida en la “Ley del Impuesto sobre la Renta”.
El flujo de caja después de impuesto en cada uno de estos tres años.
La tasa interna de retorno después de impuestos para la inversión.

SOLUCION

Usando el método de depreciación en línea recta, la cuota de depreciación correspondiente a cada año es:

$$\text{Depreciación} = \frac{80.000.000 - 20.000.000}{4} = 15.000.000$$

A continuación se calcula el ingreso gravable para cada año, mediante la expresión:

Ingreso Gravable = Ingreso Bruto - Gastos – Depreciación

El resultado que se obtiene es el siguiente:
$I.G_1$ = 40.000.000 – 12.000.000 – 15.000.000 = 13.000.000
$I.G_2$ = 65.000.000 – 15.000.000 – 15.000.000 = 35.000.000
$I.G_3$ = 70.000.000 – 30.000.000 – 15.000.000 = 25.000.000
$I.G_4$ = 80.000.000 – 50.000.000 – 15.000.000 = 15.000.000
Para calcular el monto del “Impuesto a Pagar” en cada uno de estos años, hay que investigar el valor de la unidad tributaria respectiva, y reducir el “Ingreso Gravable” a unidades tributarias.

AÑO	Ingreso Gravable	Valor de la U.T	I.G en U.T
1999	13.000.000	9.600	1.354
2000	35.000.000	11.600	3.017
2001	25.000.000	13.200	1.894
2002	15.000.000	14.800	1.014

La Tarifa N° 2 del ISLR para personas jurídicas, establece las siguientes escalas:

Límite del tramo expresado en U.T	Tasa (%)
Por la fracción comprendida hasta 2.000	15

Por la fracción que exceda de 2000 hasta 3000 22
Por la fracción que exceda a 3.000 34

Al aplicar esta tarifa a cada uno de los tres años, se obtiene:

Impuesto Año 1: 1.354 x 0,15 = 203,10 U.T = 203,10 x Bs. 9.600 = **Bs. 1.949.760**

Impuesto Año 2: 2000 x 0,15 + 1000 x 0,22 + 17 x 0,34= 525,78 U.T
= 525,78 x Bs. 11.600 = **Bs. 6.099.048**

Impuesto Año 3: 1894 x 0,15 = 284,10 U.T = 284,10 x Bs. 13.200 =
Bs. 3.750.120

Impuesto Año 4: 1014 x 0,15 = 152,10 U.T = 152,10 x Bs. 14.800 =
Bs. 2.251.080

Calculado el impuesto a pagar para cada año, se tabula el flujo de caja después de impuesto: FCDI = FCAI - Impuestos.

El FCAI para cada año es el siguiente:

Año	Flujo de Caja +	Flujo de Caja -	FCAI
0		80.000.000	-80.000.000
1	40.000.000	12.000.000	28.000.000
2	65.000.000	15.000.000	50.000.000
3	70.000.000	30.000.000	40.000.000
4	80.000.000 +20.000.000	50.000.000	50.000.000

A continuación se calcula el FCDI

Año	F.C.A.I	Impuesto	F.C.D.I
0	-80.000.000		-80.000.000
1	28.000.000	1.949.760	26.050.240
2	50.000.000	6.099.048	43.900.952
3	40.000.000	3.750.120	36.249.880
4	50.000.000	2.251.080	47.748.920

A continuación, para encontrar la tasa interna de retorno, se plantea la ecuación de

V.P.N = 0

-80.000.000 + 26.050.240 (P|F,i%,1) + 43.900.952 (P|F,i%,2) + 36.249.880 (P|F,i%,3) + 47.748.920 (P|F,i%,4)= 0

Se procede a obtener "i" por tanteo: i = 29,48 %

NOTA: Tenga en cuenta que en el Trabajo Práctico, Ud. deberá investigar el valor de la Unidad de Tributaria, y los porcentajes establecidos según la Tarifa N°2 , para cada una de las fechas involucradas.